WIADOMOŚCI TECHNICZNO-ARTYLERYJSKIE

№ 1.

KWIECIEŃ — 1929

DODATEK BEZPŁATNY DO Nr. 4 TOMU VIII
PRZEGLĄDU ARTYLERYJSKIEGO (KWIECIEŃ 1929)

Konto czekowe Pocztowej Kasy Oszczędności Nr. 5454.

WARSZAWA

ADRES REDAKCJI i ADMINISTRACJI:
Warszawa, Marszałkowska 26, pokój 2. Telefon 23-94.

WIADOMOŚCI TECHNICZNO-ARTYLERYJSKIE

Nr. 1.

KWIECIEŃ — 1929 R.

TREŚĆ:

SOMMAIRE:

UWAGA: Liczby, umieszczone nad tytułami poszczególnych artykułów w tekście oznaczają symbole klasyfikacji dziesiętnej.

SŁOWO WSTĘPNE.

Coraz bardziej rozwijające się dziedziny wiedzy artyleryjskiej zarówno w dziale taktyczno-linjowym jak i w dziale technicznym, wymagają od współczesnego artylerzysty ciągłej i nieustannej pracy nad sobą, gdyż nie wystarcza już posiadać dobrze w pamięci zasób wiadomości uzyskanych w szkołach lub na kursach, natomiast koniecznem jest dążyć do pogłębienia posiadanej wiedzy i nie zrywając kontaktu z nauką, nie zasklepiając się w ramkach działalności ściśle fachowo-praktycznej, — przyjmować jeżeli nie czynnie, to przynajmniej biernie, udział w ruchu umysłowym swej broni i służby, gdyż w przeciwnym razie grozi zasklepienie się w zacofanych kształtach, a to w myśl maksymy: „kto nie kroczy naprzód, cofa się".

Wyżej wymienione dwa działy wiedzy artyleryjskiej, jakkolwiek tworzące nierozerwalną całość, wymagają jednak niejednokrotnie różnego ujęcia; prócz tego wzgląd na konieczność nieodstraszania od wydawnictwa tych kolegów, którzy dla tych lub innych przyczyn, uważają się jeszcze za nieprzygotowanych do studjowania kwestyj ujętych w sposób niezupełnie elementarny, zmusił czynniki Instytutu Badań Materjałów Uzbrojenia już w r. 1927 do rozważenia sprawy takiej organizacji wydawnictwa; aby takowe — służąc nietylko celom popularyzacji, ale przedewszystkiem pogłębiania wiedzy, — koncentrując w sobie całość nierozerwalnie związanego ze sobą materjału artyleryjskiego zarówno taktycznego jak i technicznego, — mogło jednak zarówno pod względem swej formy, jako też i ujęcia spraw, odpowiedzieć wymaganiom wszystkich poszczególnych kategoryj czytelników „Przeglądu Artyleryjskiego"; przy rozważaniu tej sprawy wychodzono z założenia, że zcentralizowanie całego materjału w jednem, jednolitem wydawnictwie nie jest celowe właśnie

z powodu konieczności niejednolitego częstokroć sposobu ujmowania poszczególnych kwestyj przez „Przegląd Artyleryjski" poruszanych, i że skądinąd wyeliminowanie z „Przeglądu Artyleryjskiego" całkowicie materjału technicznego i przeniesienie takowego do ogólno-wojskowego czasopisma technicznego, jak to jest zrobione np. w Rosji Sowieckiej (Wojna i Tiechnika), jest bardzo niewskazane dla artylerji, gdyż w naszych warunkach, błąkając się w obcych wydawnictwach, cała literatura techniczno-artyleryjska straciłaby ścisły kontakt z pracą artylerji linjowej, co jest niedopuszczalne. Podzielenie materjału pomiędzy dwa zupełnie niezależne od siebie wydawnictwa artyleryjskie zostało również uznane za niewskazane, nietylko ze względu na stosunkowo małą liczbę autorów i prac, ale również i z tego powodu, iż wydawnictwo specjalnie techniczno-artyleryjskie o możliwie wysokim poziomie naukowym nie znalazłoby w naszych warunkach dostatecznej ilości prenumeratorów i nie spełniłoby swego zadania pogłębienia wiedzy w szerokich kołach artylerzystów, natomiast spowodowałoby brak dostatecznej łączności między techniką a linją.

Zdaniem Instytutu Badań Materjałów Uzbrojenia najlepsze rozwiązanie polegałoby na formalnem rozdzieleniu materjału przy zachowaniu faktycznej jedności wydawnictwa, pozostawiając cały materjał w rękach jednego Ścisłego Komitetu Redakcyjnego i jednej Redakcji i organizując wydawnictwo tak, aby całość jego trafiała do rąk wszystkich obecnych czytelników Przeglądu, co postanowiono uskutecznić w sposób następujący:

1) Ogłaszać w miesięczniku „Przegląd Artyleryjski" materjał taktyczno-linjowy i ogólny (np. artykuły historyczne z dziedziny artylerji) zaś z mat.-technicznego tylko artykuły opisowe oraz takie, zakres których nie przekracza elementarnego przygotowania z zakresu nauk matematyczno-przyrodniczych.

2) Materjał, wymagający głębszego przygotowania (w tej liczbie i materjał chemiczny) ogłaszać pod postacią specjalnego kwartalnika, zatytułowanego „Wiadomości techniczno-artyleryjskie", stanowiącego dodatek **bezpłatny** do odnośnych NN. „Przeglądu Artyleryjskiego".

Dzięki zarówno moralnemu, jak i materjalnemu poparciu tego projektu przez Departament Uzbrojenia, przeprowadzenie go w życie staje się obecnie możliwem; wydanie niniejszego Nr. 1 „Wiadomości Technicznych" jest pierwszym krokiem na tej drodze. Nie

wątpię, iż tak ujęty bezpłatny fachowy dodatek do „Przeglądu Artyleryjskiego" spełni swe zadanie zarówno przez pogłębienie wiedzy, pracujących — zwłaszcza w dziale technicznym p. p. oficerów, którzy niejednokrotnie będą mogli czerpać zeń wiadomości potrzebne nawet do bezpośredniego wykorzystania na gruncie służbowym, jako też i przez zainteresowanie szerszych kół sprawą techniki artyleryjskiej oraz pobudzenie ich do współpracy w tym względzie, — gorącc polecam go uwadze p. p. czytelników Przeglądu.

Kierownik Instytutu Badań Materjałów Uzbrojenia

(—) P. Niewiadomski pułkownik-inżynier.

531.55 (623.52)

Mjr. SZTARK WITOLD.

ROZWAŻANIA NAD WZOREM $p = \frac{F}{D}$, SŁUŻĄCYM DO OBLICZANIA ROZWARCIA (PARALAKSY).

CZĘŚĆ I.

Rozdział I; Wstęp. Wzór zasadniczy*).

Każdy z nas zdaje sobie sprawę z ważności powyższego wzoru, który mimo swej prostoty, jest używany bardzo często przez oficerów artylerji w polu. Z tego powodu uważamy za odpowiednie podać kilka uwag o nim, tymbardziej, iż w znanej nam literaturze artyleryjskiej, jak naszej, tak i obcej, zagadnienia tego, ujętego w taki sposób, nie poruszano.

Istnieje bowiem wiele zagadnień, które w wykładach instrukcji strzelania pomija się zupełnie albo ujmuje się bardzo krótko, uważając, iż są one tak proste, tak przejrzyste, iż nie potrzeba im udzielać zbyt dużo miejsca i czasu, a wystarczy poprzestać na elementarnych i krótkich wywodach.

Do takich pozornie prostych, a w rzeczywistości skomplikowanych zagadnień, należy między innemi teoretyczne rozpatrzenie błędów, popełnianych przy obliczaniu rozwarcia.

---

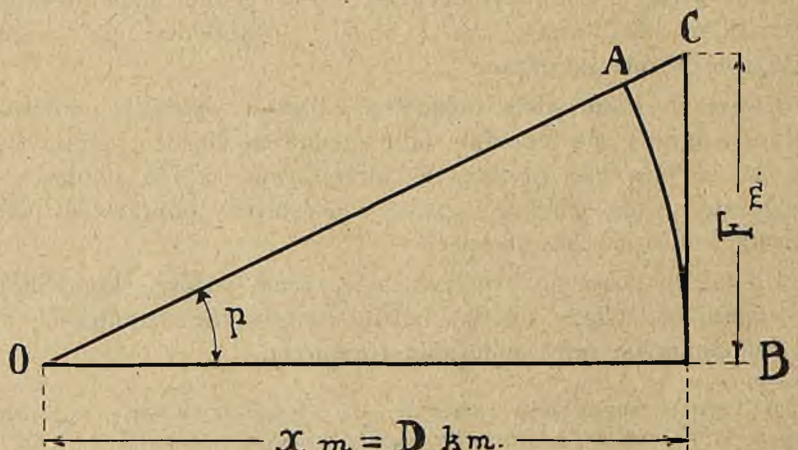
*) Przyjęte znakowania: rozwarcie — p ; tysiączna zwykła — t. zw. lub t (nazywam ją częstokroć poprostu tysiączną); tysiączna rzeczywista — t. rz. Nie zastosowałem tutuj znakowania tych wielkości, przyjętego obecnie w Ofic. Szk. Art., ponieważ praca niniejsza była gotowa zupełnie do druku przed uchwałą o znakowaniu, obowiązującem tymczasowo w tej Szkole.

Brak czasu oraz słabe przygotowanie matematyczne ogółu słuchaczy, wreszcie praktyczny sposób kształcenia, stosowany we wszystkich prawie szkołach i kursach artylerji, nie pozwalają poruszać wszystkich zagadnień instrukcji strzelania na poziomie akademickim. Tak więc np. przy rozpatrywaniu wzoru $p = \frac{F}{D}$ podaje się zazwyczaj prosty sposób dowodu tego wzoru bez żadnej dyskusji, gdyż przedewszystkiem chodzi o to, by nauczyć słuchacza sprawnie wzór ten stosować w praktyce, a pomija się zupełnie badanie teoretyczne samego wzoru i błędów, zachodzących przy jego zastosowaniu.

Jednakże w świadomości niejednego oficera artylerji przy studjowaniu instrukcji strzelania nieraz powstają wątpliwości i rodzą się zapytania: „skąd? dlaczego? na jakiej podstawie?"

Uważamy, iż odpowiedzi na tego rodzaju zapytania, na które niema czasu na kursach przeszkolenia, powinny właśnie znaleźć miejsce na łamach naszego czasopisma fachowego.

W tem przeświadczeniu zajmiemy się rozważaniem nad wzorem $p = \frac{F}{D}$, a nie będąc skrępowani żadnym programem szkolnym, będziemy mogli w razie potrzeby stosować nietylko elementarne sposoby dowodzeń: ale, gdy zajdzie tego potrzeba, uciec się również i do pomocy geometrji analitycznej, rachunku różniczkowego i teorji błędów.



Rys. 1.



Rys. 2.

Przystąpmy więc do właściwego tematu.

Ponieważ wzór rozwarcia wyraża wartość p w funkcji dwóch parametrów F i D, jest wskazane, badając go dokładnie, objaśnić wielkość możliwych błędów, zależnie od omyłek w pomiarze F i D oraz wskutek nieścisłości samego wzoru. Przypomnijmy sobie przedewszystkiem określenie rozwarcia i wprowadźmy zasadniczy wzór.

Rozwarciem**) **punktu O względem odcinka BC nazywamy kąt COB pod którym widać odcinek BC z punktu O** (Rys. 1 i 2). **Jest to więc kąt, zawarty pomiędzy prostemi, łączącemi ten punkt z końcami odcinka BC.**

Oczywiście BC nie jest zawsze prostopadłe do OB lub OC (rys. 1), a naogół biorąc tworzy z niemi kąty nierówne 90^0 (rys. 2). Odkładając rozpatrzenie takiego wypadku ogólnego do części 2-ej pracy niniejszej, rozpatrzymy przedewszystkiem wypadek poszczególny, gdy BC jest prostopadłe do OB. Z trójkąta prostokątnego COB (rys. 1)., w którym kąt $COB = p$ jest rozwarciem odcinka BC, mamy:

$$BC = OB.\ tg p$$

**) Rozwarcie nazywano do niedawna „paralaksą“ za przykładem artylerji francuskiej. Paralaksa, słowo używane od wielu lat w astronomji i kosmografji pochodzi od słowa greckiego „parallaksis“ (Παράλλαξις) t. zn. odchylenie, zboczenie. Słynny profesor uniwersytetu Wileńskiego Jan ŚNIADECKI (1756—1830), który tyle terminów matematycznych językowi naszemu przyswoił, nie znalazł, w swoim czasie, żadnego słowa polskiego na określenie paralaksy. W tomie III na str. 144 swych dzieł (wyd. M. Balińskiego Warszawa 1836—9) Śniadecki nadmienił tylko, iż „paralaxa to słowo jest wytłumaczone przez *dwugląd* w książkach elementarnych“. Uważając najwidoczniej przekład ten za niewłaściwy, używał stale słowa „paralaksa“, a nie „dwugląd“, który nie daje właściwego pojęcia o istocie rzeczy.

Rozwarcie, słowo przyjęte przez Kom. Regulaminową (przy Dep. Art.) na oznaczenie paralaksy, jest oddawna używane w mowie potocznej, jak np. „rozwarcie drzwi, okien, wrót“ t. zn. otworzenie, rozchylenie. W geometrji używa się nieraz słowa rozwarcie, np.: „rozwarcie cyrkla“, „kąt o mniejszem, większem rozwarciu“.

skąd
$$tgp = \frac{BC}{OB}$$

albo
$$tgp = \frac{F}{x} \tag{1}$$

gdzie jak F, tak i x są wyrażone w metrach.

Ze wzoru (1) mamy:

$$p = \text{arctg}\,\frac{F}{x} \tag{2}$$

Wzór tego rodzaju nie byłby dogodny do obliczeń polowych, dlatego zmuszeni jesteśmy zrobić następujące przybliżenie.

Jak wiadomo, przy niewielkich kątach można zamiast linji tangensa pewnego kąta wziąć łuk, temu kątowi odpowiadający, a więc na wzorze (1) zamienić możemy tgp na p, pisząc poprostu:

$$p = \frac{F}{x} \tag{3}$$

Ponieważ z prawej strony dzielimy metry na metry, zatem iloraz $\frac{F}{x}$ jest liczbą oderwaną, a więc p w myśl (3) wzoru zostało wyrażone w t. zw. „mierze łukowej" (radjanach). Ażeby wyrazić ten kąt w tysiącznych rzeczywistych, musimy, jak wiadomo [1]) miarę łukową pomnożyć przez 1000. Mamy zatem:

$$p = \frac{F}{x}\,1000 = \frac{F}{x/_{1000}} \tag{4}$$

Ponieważ $OB = x$ metrów $= D$ kilometrów, to

$$1000\ D = x$$

czyli
$$D = {}^{x}/_{1000} \tag{5}$$

Z porównania wzorów (4) i (5), mamy:

$$p = \frac{F}{D}\ \frac{[\text{metry}]}{[\text{kilometry}]} \tag{6}$$

Wzór ten wyraża więc szukane rozwarcie (kąt COB) w tysięcznych rzeczywistych w założeniu, iż wskutek małości kąta tangens tgp. może być przyjęty jako równy p (w mierze łukowej).

W zastosowaniach praktycznych uważamy wszakże, iż rozwar-

---

[1]) p. mój poprzedni artykuł p. t. „Miary kątowe". Przegl. Art. r. 1928 Nr. 5, str. 425.

cie uzyskane ze wzoru (6) podaje odrazu kąt *p* w tysiącznych zwykłych[2]. Widzimy więc, iż z powodu tych przybliżeń wz. (6) nie jest ścisły matematycznie, jednakże, jak się przekonamy, ścisłość jego w zastosowaniach praktycznych jest zupełnie wystarczająca.

Wzór (6) pozwala wogóle obliczyć jedną z trzech wielkości F, D lub p, jeżeli dwie inne są poprzednio zmierzone lub znane. W artykule niniejszym zajmiemy się tylko tym wypadkiem, gdy F i D zostały zmierzone lub „ocenione" i przy pomocy wzoru (6) poszukujemy rozwarcia p.

Przy obliczaniu rozwarcia popełniamy zazwyczaj błędy, bądź to wskutek wymienionych powyżej niedokładności wzoru $p = \frac{F}{D}$, bądź też z powodu błędów w pomiarze odległości F i D. Z tego powodu wartość p faktyczna nieraz znacznie się różni od obliczonej ze wzoru (6). Dla rozróżnienia tych wielkości w dalszych rozważaniach nazywać będziemy **rozwarciem istotnem** (p_i) kąt, pod którym rzeczywiście widzi się odcinek BC (rys. 1) z punktu O, oraz **rozwarciem obliczonem** (p_o) — wartość rozwarcia, uzyskaną obliczeniem ze wzoru (6) lub (1), a więc obarczoną błędami: w pierwszym wypadku wskutek niedokładności wz. (6), w drugim — wskutek błędów w pomiarze odległości F i x (t. j. D).

Rozdział 2. Błędy w obliczeniu rozwarcia w założeniu, iż odległość F i D są zmierzone bezwzględnie dokładnie (bez błędu).

Ażeby sobie ułatwić badanie wzoru zasadniczego (6) zakładamy narazie, iż odległości F i D są zmierzone z matematyczną dokładnością. Rzecz prosta, w praktyce jest to niemożliwe do osiągnięcia nawet przy najdokładniejszych pomiarach. Jednakże, dzięki temu założeniu teoretycznemu. wyłączamy narazie wpływ błędów w pomiarze odległości F i D na wynik obliczenia p_o, a uwypuklamy za to wpływ błędów wynikających z niedokładności samego wzoru.

Jak widać z poprzedniego rozważania (rys. 1) zamiast dokładnego wzoru (1), wyrażającego tangens kąta p, używamy wzoru przybliżonego (3), a właściwie (6), w którym ściśle biorąc, kąt p jest wyrażony w tysiącznych rzeczywistych. Liczbę p, otrzymaną z obliczenia uważamy wszakże za tysiączne zwykłe.

[2]) loc. cit.: porównanie tysiącznej zwykłej z rzeczywistą. Oprócz wz. (6), podającego w przybliżeniu rozwarcie w tysiącznych zwykłych, istnieją jeszcze dwa analogiczne wzory, wyrażające rozwarcie w decygradusach. Dowód tych wz. podaliśmy w dodatku do nin. artykułu.

A więc, przy obliczeniu rozwarcia zapomocą wzoru (6) robimy dwa jednoczesne przybliżenia:

1) uważamy linję tangensa kąta za łuk (CB za AB, rys. 1);

2) liczbę *p* tysiącznych rzeczywistych, otrzymaną z obliczenia uważamy za *p* tysiącznych zwykłych.

Wskutek tych założeń, dogodnych w praktyce, popełniamy stale dwa błędy, a mianowicie:

1) Błąd wskutek pierwszego przybliżenia — Δ_1

2) „ „ drugiego „ — Δ_2

Błędy te zachodzą stale, składając się w błąd wypadkowy, który oznaczymy Δ_w.

Błędy Δ_1, Δ_2, i Δ_w powodują mniejszą lub większą różnicę między rozwarciem obliczonem (p_o) a istotnem (p_i). Są to więc błędy w kierunku, kątowe, które wyrazimy w tysiącznych zwykłych. Łatwo się domyśleć, iż najważniejsze jest dla nas zbadanie błędu wypadkowego Δ_w, gdyż wielkość jego zadecyduje w poszczególnych wypadkach o tem, kiedy będzie można i z jaką dokładnośclą stosować wzór (6) do obliczania rozwarcia.

W tym celu ułożyliśmy tabelę 1, załączoną do niniejszego artykułu (str. 14—16). W rubryce pierwszej tej tabeli jest podana wartość *F* w metrach, począwszy od 1000 *K*, gdzie *K* jest wartością *D*, wyrażoną w kilometrach. Wartość *K* podajemy dla pamięci w rubryce 2. Wartości *K* mogą być dowolne, ale gdy np. $F = 1000\ K$ zaś $D = K$, zawsze $p_o = \frac{1000K}{K} \frac{[m]}{[km]} = 1000^t$ niezależnie od wartości *K*. W podobny sposób zapisujemy w dalszym ciągu w rubryce pierwszej wartości *F* coraz to mniejsze: $950K$, $900K$ i t. d. aż do *O*. W rubryce drugiej natomiast wartość *K* pozostaje bez zmiany. Stosując następnie wzór (6) t. j. dzieląc wartości z rubryki pierwszej przez wartości drugiej, otrzymujemy liczby podane w rubryce trzeciej t. j. otrzymujemy rozwarcia obliczone p_o w tysiącznych zwykłych. Jeżeli następnie *K* w kilometrach wyrazimy jako $1000x$ metrów, to z podzielenia liczb rubryki pierwszej przez *x* uzyskamy tangensy rozwarcia istotnego tgp_i, które zapiszemy w rubryce czwartej (porównaj rys. 1). W dalszym ciągu, logarytmując wartości tgp_i, przy pomocy odpowiednich tabel[3]) otrzymujemy kolejno rozwarcia istotne p_i t. j. liczby rubryki piątej. Odejmując wreszcie liczby rubryki piątej od liczb rubryki trzeciej, otrzymamy szukane wartości błędu wypadkowego:

---

[3]) „Tablice logarytmów dla użytku artylerji", wydanie Ob. Szk. Art. Toruń 1926 r.

$$\Delta_w = p_o - p_i \quad (7)$$

Otrzymane wartości Δ_w dla kątów p_i zawartych między $800^t = 45^0$ i zerem zapisujemy z odpowiednim znakiem w rubryce 6 tabeli pierwszej.

Ażeby ułatwić sobie dalsze badanie błędu Δ_w w zależności od zmian rozwarcia i zestawić przejrzyście wynik żmudnych obliczeń błędu wypadkowego, przedstawimy przebieg zmian tego błędu wykreślnie. Ze względów praktycznych, jako zmienną niezależną (odkładaną wzdłuż poziomej osi odciętych), przyjmujemy wartości rozwarcia obliczonego p_o. W praktyce bowiem nie znamy rozwarcia istotnego p_i, a natomiast uzyskujemy z obliczenia wartość p_o i tylko ona może służyć jako sprawdzian czy wzór (6) można stosować czy nie.

Wzdłuż pionowej osi rzędnych odkładamy następnie błędy Δ_w dla wszelkich obliczonych w tabeli wartości p_o. W ten sposób uzyskujemy szereg punktów, połączenie których linją ciągłą daje szukany wykres (str. 19);

$$\Delta_w = f\ (p_o) \quad (8)$$

przedstawiający graficznie przebieg zmian błędu wypadkowego Δ_w w funkcji (zależności) od zmian rozwarcia p_o, obliczonego przy pomocy wz. (6).

Z tabeli 1 oraz wykresu widać odrazu zmiany wartości błędu wypadkowego. Z uważnego rozpatrzenia tabeli i wykresu wynika, że:

gdy $p_o \leqslant 300^t$, to $\Delta_w \leqslant 3{,}12^t$ t. j. okrągło $\Delta_w \leqslant 3^t$ (9)

„ $p_o \gtreqqless 400^t$ „ $\Delta_w \gtreqqless 12{,}41^t$ „ „ $\Delta_w \gtreqqless 12^t$ (10)

„ $p_o = 238^t$ (okrągło) to $\Delta_w = 0$ (11)

„ $p_o \gtreqqless 238^t$ „ „ $\Delta_w \gtreqqless 0$ (12)

Ze wzoru (9) wynika następujący ważny wniosek praktyczny: **Gdy z obliczenia przy pomocy wzoru (6) rozwarcie obliczone wypada mniejsze lub równe 300 tysiącznym, wzór ten można stosować bez zastrzeżeń z dostateczną ścisłością, ponieważ wypadkowy błąd nie przekracza 3 tysiącznych (okrągło) t. j. w najgorszym razie nie jest większy od jednych wideł w kierunku [4]).**

---

[4]) Nasza „instrukcja ‚strzelania" cz. 1 wyd. 1922 r. (A. 5 Tymczasowe) w odnośniku do § 15 podaje 3 tys. jako wartość przeciętną wideł w kierunku. Tę wartość bierzemy tutaj pod uwagę, mimo iż nowy franc. regulamin artyl „Titre IXa" wyd. 1926 podaje na str. 25 w § 12 dla działa 75 mm widły w kierunku równe 2 tysięcznym okrągło dla wszystkich odległości.

Ponieważ zakładamy, iż jak *F*, tak i *D* są zmierzone bez błędu, przeto prawidło powyższe może się zdawać mało praktyczne. Ustalmy zatem inny sprawdzian. Nie jest to trudne. Rzeczywiście z tabeli 1 można drogą interpolacji obliczyć, iż dla rozwarć istotnych równych (mniejszych) 300 i 400 tysiącznych, błąd wypadkowy wynosi:

$$p_i \leqslant 300^t \qquad \Delta_w \leqslant 3{,}39^t \tag{13}$$

$$p_i \geqq 400^t \qquad \Delta_w \geqq 14{,}38^t \tag{14}$$

Ze wz. (13) wynika: **Jeżeli rozwarcie istotne jest mniejsze (równe) 300^t, wzór (6) można stosować bez zastrzeżeń. gdyż błąd wypadkowy wynosi w najgorszym razie 3^t (okrągło).**

Ze wzorów (10) i (14) wynika: 1) Gdy z obliczenia przy pomocy wz. (6) wartość rozwarcia obliczonego jest zawarta między 400^t a 300^t, stosując wz. (6) otrzymujemy błąd wypadkowy. dochodzący do 12^t (okrągło); 2) Gdy rozwarcie istotne jest równe (mniejsze) 400^t, to błąd wypadkowy jest równy (mniejszy) 14^t. W tych razach błąd wypadkowy wynosi od 4—5 wideł w kierunku. Jeżeli ponadto weźmiemy pod uwagę błędy rozwarcia, wynikające z błędnych pomiarów odległości *F* i *D*, to przychodzimy do wniosku, iż w tych warunkach stosować wzoru (6) nie można.

Ze wz. (10) wynika ponadto następujący wniosek:

Gdy ze wz. (6) wypada wartość rozwarcia obliczonego większa od 400^t wzór ten nie może być używany, gdyż daje zbyt duże błędy w kierunku i tym większe im bliższe jest rozwarcie istotne do 800^t = 45^0.

Ze wz. (14) wynika analogicznie:

Gdy rozwarcie istotne jest większe od 400^t wzoru (6) nie można używać.

Ogólnie zatem mówiąc wzór (6)

$$p = \frac{F}{D}$$

można używać tylko wtedy gdy rozwarcie istotne jest równe lub mniejsze od 300^t

Ze wz. (11) wynika:

Gdy rozwarcie obliczone ze wz. (6) wynosi około 238^t, to wzór ten daje nadspodziewanie ścisły wynik. Błąd wypadkowy, popełniony przytem, równa się zeru.

$$\Delta_w = 0$$

albo w myśl wz. (7) $\qquad p_o - p_i = 0$

skąd $$p_o = p_i$$

ale $$p_o = 238^t$$

zatem $$p_o = p_i = 238^t \qquad (15)$$

A więc, w tym wypadku, gdy $p_o = 238^t$ rozwarcie obliczone równa się istotnemu, o ile, oczywiście, odległości F i D są zmierzone bezwzględnie dokładnie. Ze wz. (12) wynikają następujące właściwości błędu Δ_w (patrz: tabela 1 i wykres błędu wypadkowego):

a) Błąd wypadkowy zmienia swój znak i jest dodatni lub ujemny zależnie od tego, czy rozwarcie obliczone jest większe lub mniejsze od 238 tysiącznych (okrągło).

b) Gdy rozwarcie obliczone wzrasta od zera do 238 tysiącznych, błąd wypadkowy maleje od zera do wartości minimalnej $\Delta_w = -1{,}7^t$ przy $p_o = 135^t$, a następnie ponownie dąży, wzrastając do zera przy $p_o = 238^t$ (okrągło). Wskutek tego krzywa $\Delta_w = f(p_o)$ przecina oś odciętych w dwóch punktach o spółrzędnych (0; 0) oraz (0; 238).

Co powoduje wskazane powyżej właściwości błędu wypadkowego? Mówiliśmy już poprzednio, iż na błąd wypadkowy Δ_w składają się dwa zmienne błędy Δ_1 — wskutek pierwszego przybliżenia oraz Δ_2 — wskutek drugiego przybliżenia. Rozpatrzmy kolejno wpływ tych błędów na wartość błędu wypadkowego.

Pierwsze przybliżenie polega na tem, iż przy zastosowaniu wzoru (6) uważamy linję tangensa rozwarcia tgp za łuk, temu kątowi odpowiadający (*CB* za *AB* rys. 1). Z trygonometrji jednak wiemy, iż zawsze

$$tgp > p \qquad (16)$$

gdzie p — wyrażone w mierze łukowej. Zatem, przyjmując przy obliczeniu rozwarcia tangens kąta p, jako miarę łukową tego kąta (gdy F metrów dzielimy na x metrów) lub jako tysiączne rzeczywiste (gdy F metrów dzielimy na D kilometrów), **popełniamy wskutek pierwszego przybliżenia błąd przez nadmiar** (t. j. w większą stronę). **A więc Δ_1 jest dodatnie.**

$$\Delta_1 > 0 \qquad (17)$$

z wyjątkiem wypadku poszczególnego, gdy $p = 0$ a więc i $tgp = 0$. Błąd Δ_1 wyznaczymy później. Z początku musimy zbadać błąd Δ_2, niezbędny do obliczenia Δ_1.

Błąd Δ_2 jest błędem wskutek „drugiego przybliżenia" t. j. dlatego, że liczbę p tysiącznych rzeczywistych, otrzymaną z obliczenia uważamy za liczbę p tysiącznych zwykłych.

TABELA 1.

F	D	Rozwarcie p_o obliczone ze wzoru $p = \frac{F}{D}$	Rozwarcie istotne		Wypadkowy błąd obliczenia Δw	Błąd wskutek drugiego przybliżenia Δ_2	Błąd wskutek pierwszego przybliżenia Δ_1	Wypadkowy błąd względny $100 \frac{\Delta w}{p_i}$
			tgp_i	p_i				
m	km	tys. zwykłe		tysiączne zwykłe				procenty
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
1000 K	K	1000	1,000	$45^0 = 800$	+ 200	— 14,61	+ 214,61	+ 25,0
950 K	„	950	0,950	773,9	+ 176,1	— 14,13	+ 190,23	+ 23,28
900 K	„	900	0,900	746,43	+ 153,57	— 13,63	+ 167,20	+ 21,90
850 K	„	850	0,850	717,57	+ 132,43	— 13,10	+ 145,53	+ 18,45
800 K	„	800	0,800	687,33	+ 112,67	— 12,55	+ 125,22	+ 16,39
750 K	„	750	0,750	655,51	+ 94,49	— 11,97	+ 106,46	+ 14,41
700 K	„	700	0,700	622,11	+ 77,89	— 11,36	+ 89,25	+ 12,53
650 K	„	650	0,650	587,11	+ 62,89	— 10,72	+ 73,61	+ 10,71
600 K	„	600	0,600	550,45	+ 49,55	— 10,05	+ 59,60	+ 8,88
550 K	„	550	0,550	512,16	+ 37,84	— 9,32	+ 47,16	+ 7,39
500 K	„	500	0,500	472,24	+ 27,76	— 8,62	+ 36,38	+ 5,88
450 K	„	450	0,450	430,73	+ 19,27	— 7,87	+ 27,14	+ 4,44
400 K	„	400	0,400	387,59	+ 12,41	7,08	+ 19,49	+ 3,20
350 K	„	350	0,350	342,91	+ 7,09	— 6,26	+ 13,35	+ 2,07
300 K	„	300	0,300	296,88	+ 3,12	— 5,42	+ 8,54	+ 1,05
250 K	„	250	0,250	249,52	+ 0,48	— 4,56	+ 5,04	+ 0,21
245 K	„	245	0,245	244,72	+ 0,28	— 4,47	+ 4,75	+ 0,11
240 K	„	240	0,240	239,90	+ 0,10	— 4,38	+ 4,48	+ 0,04
239,5 K	„	239,5	0,239,5	239,43	+ 0,07	— 4,37	+ 4,44	+ 0,03
239 K	„	239	0,239	238,97	+ 0,05	— 4,36	+ 4,41	+ 0,02
238,5 K	„	238,5	0,238,5	238,47	+ 0,03	— 4,35	+ 4,38	+ 0,01
238 K	„	238	0,238	237,99	+ 0,01	— 4,35	+ 4,36	0
237,5 K	„	237,5	0,237,5	237,505	— 0,005	— 4,337	+ 4,332	0
237 K	„	237	0,237	237,026	— 0,026	— 4,328	+ 4,302	0

Dalszy ciąg tablicy 1.

F	D	Rozwarcie p_0 obliczone ze wzoru $p = \frac{F}{D}$	Rozwarcie istotne		Wypadkowy błąd obliczenia Δw	Błąd wskutek drugiego przybliżenia Δ_2	Błąd wskutek pierwszego przybliżenia Δ_1	Wypadkowy błąd względny $100 \frac{\Delta w}{p_i}$
			tgp_i	p_i				
m	km	tys. zwykłe		tysiączne zwykłe				procenty
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
236 K	K	236	0,236	236,06	— 0,06	— 4,31	+ 4,25	— 0,03
235 K	„	235	0,235	235,09	— 0,09	— 4,29	+ 4,20	— 0,04
230 K	„	230	0,230	230,28	— 0,28	— 4,21	+ 3,93	— 0,12
225 K	„	225	0,225	225,44	— 0,44	— 4,12	+ 3,68	— 0.19
220 K	„	220	0,220	220,56	— 0,56	— 4,03	+ 3,47	— 0,25
215 K	„	215	0,215	215,69	— 0,69	— 3,94	+ 3,25	— 0,32
210 K	„	210	0,210	210,83	— 0,83	— 3,84	+ 3,01	— 0,39
205 K	„	205	0,205	205,98	— 0,98	— 3,76	+ 2,78	— 0,48
200 K	„	200	0,200	201,06	— 1,06	— 3,65	+ 2,59	— 0,53
195 K	„	195	0,195	196,15	— 1,15	— 3,58	+ 2,43	— 0,59
190 K	„	190	0,190	191,24	— 1,24	— 3,49	+ 2,25	— 0,65
185 K	„	185	0,185	186,32	— 1,32	— 3,40	+ 2,08	— 0,71
180 K	„	180	0,180	181,40	— 1,40	— 3,31	+ 1,91	— 0,77
175 K	„	175	0,175	176,46	— 1,46	— 3,22	+ 1,76	— 0,83
170 K	„	170	0,170	171,52	— 1,52	— 3,13	+ 1,61	— 0,89
165 K	„	165	0,165	166,57	— 1,57	— 3,04	+ 1,47	— 0,94
160 K	„	160	0,160	161,60	— 1,60	— 2,95	+ 1,35	— 0.99
155 K		155	0,155	156,63	— 1,63	— 2,86	+ 1,23	— 1,04
150 K	„	150	0,150	151,65	— 1,65	— 2,77	+ 1,12	— 1,09
145 K	„	145	0,145	146,69	— 1,69	— 2,68	+ 0,99	— 1,15
140 K	„	140	0,140	141,69	— 1,69	— 2,59	+ 0,90	— 1.19
135 K	„	135	0,135	136,698	— 1,698	— 2,496	+ 0,798	— 1,24
130 K	„	130	0,130	131,68	— 1,68	— 2,40	+ 0,72	— 1,28
125 K	„	125	0.125	126,66	— 1,66	— 2,31	+ 0,65	— 1,31

Dalszy ciąg tablicy 1.

F	D	Rozwarcie p_o obliczone ze wzoru $p = \frac{F}{D}$	Rozwarcie istotne		Wypadkowy błąd obliczenia Δw	Błąd wskutek drugiego przybliżenia Δ_2	Błąd wskutek pierwszego przybliżenia Δ_1	Wypadkowy błąd względny $100 \frac{\Delta w}{p_i}$
			lgp_i	p_i				
m	km	tys. zwykłe		tysiączne zwykłe				procenty
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
120 K	K	120	0.120	121,66	— 1,66	— 2,22	+ 0,56	— 1,36
115 K	„	115	0.115	116,63	— 1,63	— 2,13	+ 0,50	— 1,40
110 K	„	110	0.110	111,6	— 1,60	— 2,04	+ 0,44	— 1,43
105 K	„	105	0,105	106,56	— 1,56	— 1,95	+ 0,39	— 1,46
100 K	„	100	0.100	101,52	— 1,52	— 1,85	+ 0,33	— 1,49
95 K	„	95	0,095	96,47	— 1,47	— 1,76	+ 0,29	— 1,52
90 K	„	90	0,090	91,42	— 1,42	— 1,67	+ 0,25	— 1,56
85 K	„	85	0,085	86,37	— 1,37	— 1,58	+ 0,21	— 1,59
80 K	„	80	0,080	81,31	— 1,31	— 1,48	+ 0,17	— 1,61
75 K	„	75	0,075	76,26	— 1,26	— 1,39	+ 0,13	— 1,65
70 K	„	70	0.070	71,18	— 1,18	— 1,30	+ 0,12	— 1,66
65 K	„	65	0,065	66,1	— 1,1	— 1,21	+ 0,11	— 1,66
60 K	„	60	0,060	61,05	— 1,05	— 1,11	+ 0,06	— 1,72
55 K	„	55	0,055	55,96	— 0,96	— 1,02	+ 0,06	— 1,72
50 K	„	50	0,050	50,89	— 0,89	— 0,92	+ 0,03	— 1,75
45 K	„	45	0,045	45,81	— 0,81	— 0,84	+ 0,03	— 1,77
40 K	„	40	0,040	40,72	— 0,72	— 0,74	+ 0,02	— 1,77
35 K	„	35	0,035	35,64	— 0,64	— 0,65	+ 0,01	— 1.80
30 K	„	30	0,030	30,55	— 0,55	— 0,56	+ 0,01	— 1.80
25 K	„	25	0,025	25,46	— 0,46	— 0,46	0	— 1,81
20 K	„	20	0,020	20,37	— 0,37	— 0,37	0	— 1,82
15 K	„	15	0,015	15,28	— 0,28	= 0,28	0	— 1,83
10 K	„	10	0.010	10,19	— 0,19	— 0,19	0	— 1,86
5 K	„	5	0,005	5,09	— 0,09	— 0,09	0	— 1,77
0 K	„	0	0	0	0	0	0	0

Przypuśćmy więc, iż z obliczenia rozwarcia przy pomocy wzoru (6) otrzymaliśmy liczbę p. Są to tysiączne rzeczywiste, a więc rozwarcie istotne wynosi:

$$p_i = p^{t.rz.} = \frac{6400}{2000\pi} \cdot p^{t.zw.} = 1{,}0186\, p^{t.zw.} \qquad (18)$$

dlatego, że[5]) jedna tysiączna rzeczywista równa się:

$$1^{t.rz} = \frac{6400}{2000\pi} = \frac{6400}{6283} = 1{,}0186^{t.zw}$$

Jednakże liczbę p, uzyskaną z obliczenia, uważamy za p tysiącznych zwykłych t. j. przyjmujemy, iż rozwarcie obliczone

$$p_o = p^{t.zw.} \qquad (19)$$

równa się p tysiącznych zwykłych.

Popełniliśmy więc błąd równy:

$$\Delta_2 = (p - 1{,}0186\, p)^{t.zw.} = -\, 0{,}0186\, p^{t.zw.} \qquad (20)$$

Ponieważ p jest zawsze wartością dodatnią, zatem

$$\Delta_2 < 0 \qquad (21)$$

a więc, **błąd popełniany wskutek drugiego przybliżenia jest zawsze ujemny** (jest to zatem t. zw. „błąd przez niedomiar").

Błędy Δ_1 oraz Δ_2, jak wspominaliśmy, działając stale, jeden w kierunku dodatnim, drugi — ujemnym, składają się w wspólny błąd wypadkowy Δ_w, który, będąc wynikiem jednoczesnego działania tych dwóch błędów składowych, musi się, oczywiście, równać ich sumie algebraicznej:

$$\Delta_w = \Delta_1 - \Delta_2 \qquad (22)$$

w której wyrazy Δ_1 oraz Δ_2 posiadają znaki w myśl nierówności (17) i (21). Z równania (22) wynika, że jeżeli bezwzględna wartość Δ_1 jest większa, równa lub mniejsza od bezwzględnej wartości Δ_2, to Δ_w jest dodatnie, równe zeru lub ujemne. Jeżeli w wypadku poszczególnym mamy obydwa błędy Δ_1 oraz Δ_2 równe zeru, to Δ_w równa się także zeru. Gdy wreszcie Δ_1 równa się zeru, to błąd wypadkowy równa się błędowi Δ_2. Te jedynie możliwe wypadki praktyczne unaocznia poniższe zestawienie:

---

[5]) p. tabelę końcową w artykule „Miary kątowe".

Tabela 2.

	Zależność między Δ_1 oraz Δ_2	Wartość Δ_w
1	$\lvert\Delta_1\rvert > \lvert\Delta_2\rvert$	> 0
2	$\lvert\Delta_1\rvert = \lvert\Delta_2\rvert$	0
3	$\lvert\Delta_1\rvert < \lvert\Delta_2\rvert$	< 0
4	$\Delta_1 = \Delta_2 = 0$	0
5	$\Delta_1 = 0$	$- \Delta_2$

Teraz staje się zrozumiałe, dlaczego błąd wypadkowy Δ_w jest to dodatni, to równy zeru, to ujemny (rubryka 6 w tabeli 1): w pierwszym wypadku przeważa działanie większego błędu Δ_1; w drugim błędy równe, a działające w odwrotnych kierunkach, znoszą się wzajemnie; wreszcie w trzecim — przeważa wpływ ujemnego błędu Δ_2.

Ażeby rozpatrzyć wypadek 4 i 5 a także podać wartości błędów Δ_1 oraz Δ_2 w zależności od wielkości rozwarcia p_o, musimy obliczyć przedewszystkiem błąd Δ_2.

Wyznaczmy wartość względną tego błędu w stosunku do rozwarcia istotnego p_i. Niech szukany stosunek tych wielkości będzie C. A więc

$$C = \frac{\Delta_2}{p_i} \tag{24}$$

albo na zasadzie wzorów (20) i (18):

$$C = \frac{-\,0{,}0186\, p^{t.zw.}}{1{,}0186\, p^{t.zw.}} = -\,\frac{0{,}0186}{1{,}0186} = -\,0{,}01826$$

t. j.

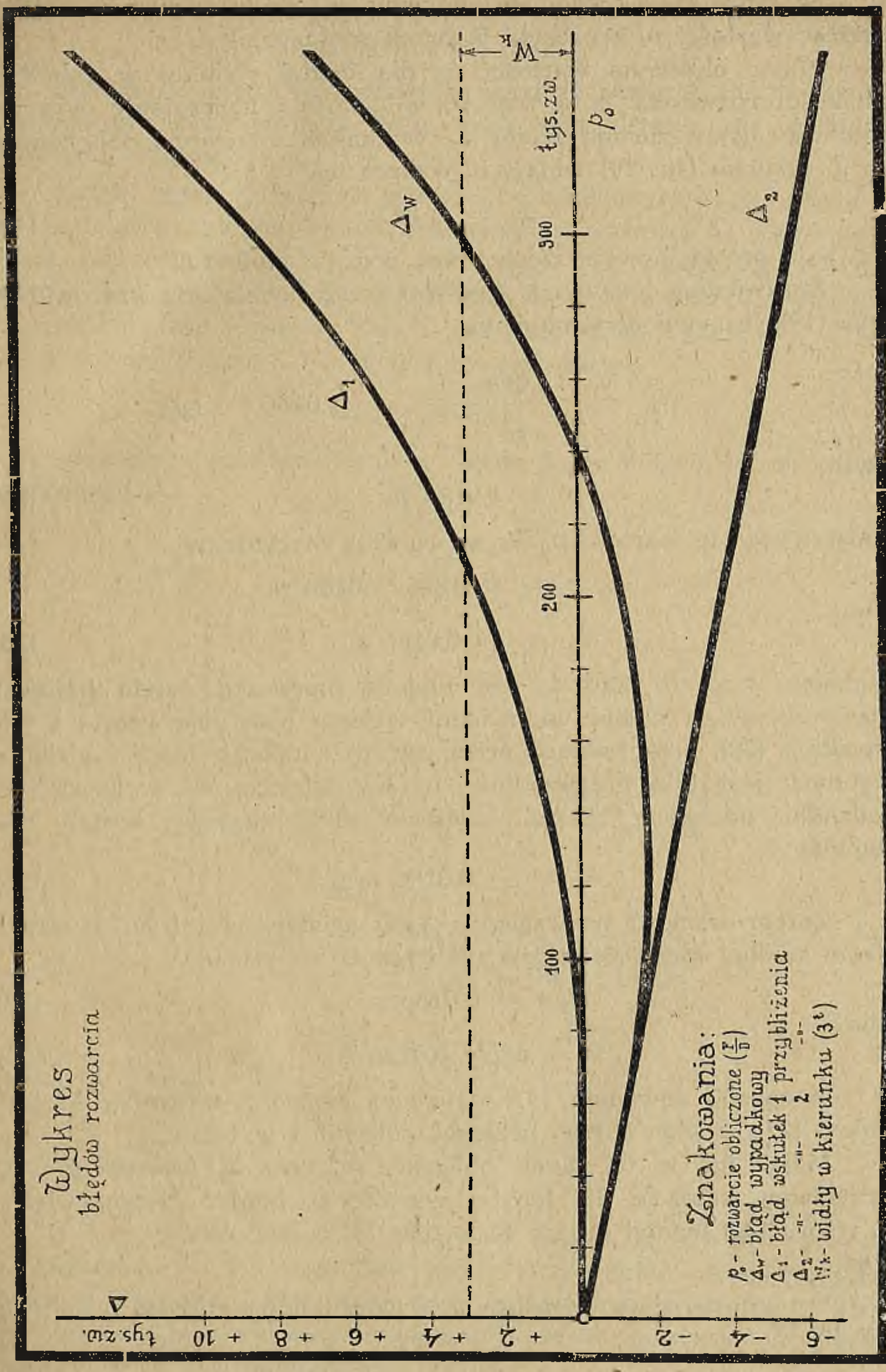
$$C = -\,0{,}01826 \tag{25}$$

Jest to dla dalszej dyskusji zależność bardzo ważna. Wynika z niej, iż **stosunek błędu** Δ_2 (wskutek drugiego przybliżenia) **do rozwarcia istotnego ma wartość stałą i niezależną od wartości** p_i.

Z (25) i (24) mamy:

$$\Delta_2 = Cp_i = -\,0{,}01826\, p_i \tag{26}$$

Ażeby więc wyznaczyć wartość Δ_2 dla różnych kątów p_i pozostaje poprostu, w myśl (26), pomnożyć w każdym poszczególnym wypadku wartość p_i przez spółczynnik C.


Wykres
błędów rozwarcia
Znakowania:
p_o - rozwarcie obliczone ($\frac{F}{D}$)
Δ_w - błąd wypadkowy
Δ_1 - błąd wskutek 1 przybliżenia
Δ_2 - " - 2 " -
W_k - widły w kierunku (3^t)
∇ tys. zw.
+ 10
+ 8
+ 6
+ 4
+ 2
- 2
- 4
- 6
100
200
300
tys. zw.
p_o
Δ_1
Δ_w
Δ_2
W_k

W ten właśnie sposób otrzymujemy w tabeli 1 liczby rubryki 7, mnożąc wartości p_i z rubryki 5. przez spółczynnik C.

Mając obliczone wartości Δ_2 dla każdej podanej w tabeli 1. wielkości rozwarcia p_i, a więc p_o, z łatwością narysujemy wykres, przedstawiający zmianę błędu Δ_2 w funkcji rozwarcia obliczonego p_o. Z rysunku (str. 19) widać, iż wykres ten

$$\Delta_2 = F\,(p_o) \tag{27}$$

jest linją prostą, przechodzącą przez początek układu.

Sprawdzimy ten wynik analitycznie. Z podzielenia wzorów (18) oraz (19) stronami otrzymujemy:

$$\frac{p_i}{p_o} = \frac{1{,}0186\, p^{t.\,zw.}}{p^{t.\,zw.}} = 1{,}0186 \tag{28}$$

czyli:

$$p_i = 1{,}0186\, p_o \tag{29}$$

Podstawiając tę wartość p_i do wzoru (26), otrzymamy:

$$\Delta_2 = -\,0{,}01826.\ 1{,}0186\, p_o$$

albo

$$\Delta_2 = -\,0{,}0186\, p_o \tag{30}$$

Widzimy więc, iż błąd Δ_2 jest funkcją pierwszego rzędu (linjową) rozwarcia p_o, a zatem odpowiedni wykres jest linją prostą i, jak wynika z (30), przechodzącą przez początek układu. Jeżeli podziałka rzędnych jest (dla przejrzystości n razy większa na wykresie od podziałki odciętych[5 bis]) to równanie (30) przyjmie kształt następujący:

$$\Delta_2 = -\,0{,}0186\, n p_o \tag{31}$$

Zatem wartość bezwzględną kąta nachylenia α (rys. 3) otrzymamy według zasad geometrji analitycznej ze wzoru:

$$tg\alpha = 0{,}0186\, n \tag{32}$$

albo

$$\alpha = arctg\ 0{,}0186\, n \tag{33}$$

W ten sposób równanie (31) daje nam możność sprawdzić kształt funkcji (27), a więc i dane liczbowe rubryki 7 w tabeli 1.

Mając już w tej tabeli obliczone Δ_w oraz Δ_2 (rubryki 6 i 7), otrzymamy wreszcie dla każdej wartości p_o błąd Δ_1. Rzeczywiście ze wzoru (22) mamy: $\Delta_w = \Delta_1 - |\Delta_2|$
skąd

[5 bis] — na wykresie przyjęliśmy $n = 10$; za tem: $tg\alpha = 0{,}0186.10 = 0{,}186$; $\alpha = 10^0\ 32'$.

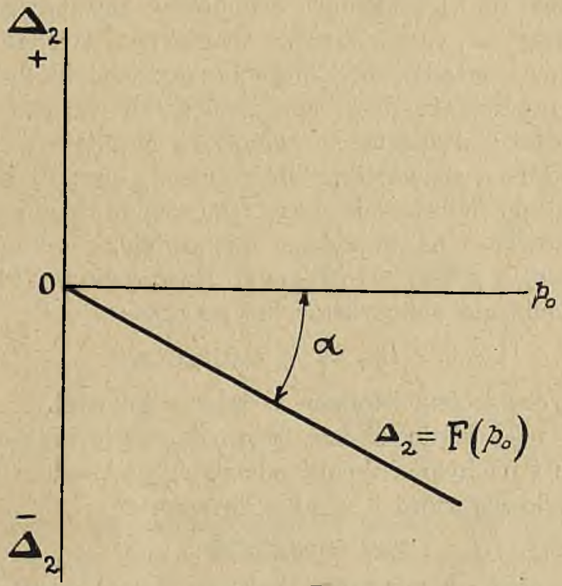
$$\Delta_1 = \Delta_w + |\Delta_2| \tag{34}$$

t. j. dodając do błędu wypadkowego wartość bezwzględną błędu Δ_2, otrzymujemy błąd wskutek pierwszego przybliżenia dla każdego rozwarcia obliczonego p_o.

Dzięki temu, dodając do wartości bezwzględnych liczb rubryki 7 w tabeli 1 liczby rubryki 6, otrzymujemy wartości Δ_1, które wpisujemy do ostatniej rubryki 8 tej tabeli. Jak widać, błędy Δ_1 są zawsze dodatnie, a łącznie z błędami Δ_w i Δ_2 czynią dla każdego rozwarcia zadość równaniu (22). Przez porównanie rubryk 3 i 8. tabeli 1 mamy możność narysować wykres ostatni:

$$\Delta_1 = \varphi\ (p_o)$$

przedstawiający graficznie zmianę błędu Δ_1, w funkcji od rozwarcia obliczonego p_o.



Rys. 3.

Z rozpatrzenia tabeli 1 i wykresów widać, iż gdy $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$, to również $\Delta_w = 0$ i wszystkie wykresy spotykają się w początku układu. Wreszcie, gdy rozwarcia są bardzo małe ($p_o < 25'$), to $\Delta_1 = 0$, zatem wykres równania (35) zlewa się z osią odciętych, a $\Delta_w = -\Delta_2$ t. j. jednocześnie wykresy

$$\Delta_w = f\ (p_o)$$

$$\Delta_2 = F\ (p_o)$$

zlewają się ze sobą. Nie jest to ścisłe matematycznie, gdyż właściwie wszystkie trzy wykresy mają jeden punkt wspólny — początek układu. Niedokładność wynika z tego powodu, iż przy pomocy tabel czteroznacznych niepodobna obliczyć dokładniej kąta niż z dokładnością do 0,01 tysiącznej, a i ostatni znak jest obarczony błędem. Gdyby jednak rzędne krzywych dla rozwarć p_o, mniejszych od 25^t były obliczone dokładniej, to wskutek nieuniknionej niedokładności samego rysunku rzędne krzywych Δ_w oraz Δ_2 wypadną także równe, a krzywa Δ_1 zleje się z osią odciętych. W ten sposób omówiliśmy wszystko, co dotyczy p. 4 i 5 tabelki 2.

Z poprzednich rozważań wynika, iż obliczenie błędu Δ_2 czy to w funkcji p_o czy p_i jest łatwe i łatwo otrzymuje się odpowiedni wykres. Ponieważ dla wyciągnięcia wniosków praktycznych musimy posiadać wykres Δ_w, przeto bardzo ważne jest uzyskać wartości Δ_1 dzięki którym na zasadzie (22) możemy otrzymać błędy wypadkowe Δ_w. Metoda poprzednia dała nam z początku wartości Δ_w, a więc umożliwiła odrazu wyciągnięcie wniosków praktycznych co do zastosowań wzoru na rozwarcie. Obliczenie Δ_2 oraz Δ_1 było nam potrzebne tylko do objaśnienia przebiegu zmian błędu Δ_w. Można jednak zastosować inną metodę, a mianowicie, z początku obliczyć błędy składowe, a potem wypadkowy. Rzeczywiście, błąd wskutek drugiego przybliżenia obliczyliśmy już powyżej:

$$\Delta_2 = Cp_i = -0{,}01826\ p_i \tag{36}$$

gdzie p_i jest rozwarciem istotnem w mierze łukowej.

Wykres tego błędu będzie to prosta, przechodząca przez początek układu i nachylona do osi odciętych pod kątem (rys. 4) którego bezwzględna wartość β wynika ze wzoru:

$$tg\ \beta = 0{,}01826 \tag{37}$$

Pozostaje wyznaczyć Δ_1. Jest to błąd wskutek „pierwszego przybliżenia", t. j.

$$\Delta_1 = tgp_i - p_i \tag{38}$$

gdzie p_i — rozwarcie istotne w mierze łukowej.

Rozwijając tangens w szereg otrzymamy:

$$tgp_i = p_i + \frac{p_i^3}{3} + \frac{2p_i^5}{3.5} + \frac{17p_i^7}{3^2.5.7} + \ldots \tag{39}$$

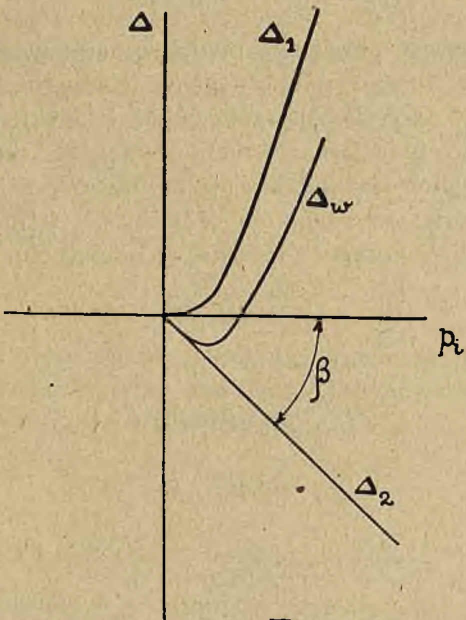
szereg ten jest ważny dla kątów p_i

$$-\frac{\pi}{2} < p_i < +\frac{\pi}{2} \tag{40}$$

a więc odpowiedni i dla nas, ponieważ rozwarć większych od $45^0 = \frac{\pi}{4}$ nie rozpatrujemy.

Ze wzorów (38) i (39) mamy:

$$\Delta_1 = \frac{p_i^3}{3} + \frac{2p_i^5}{3.5} + \frac{17p_i^7}{3^2.5.7} + \ldots \tag{41}$$



Rys. 4.

gdzie rozwarcie p_i jest wyrażone w mierze łukowej (radjanach). Ponieważ w mierze tej p_i jest zawsze małym ułamkiem, przeto z dostateczną dokładnością możemy odrzucić wyrazy, od drugiego począwszy[6]) jako małe wielkości wyższych rzędów wobec p_i^3. W ten sposób otrzymamy

---

[6]) Rzeczywiście, największa wartość p_i, przy której w praktyce stosujemy wzór (6) jest 300^t, ale (p. tab. 4 artykułu „miary kątowe") $1^t = 0{,}98175^{t.\,rz.}$, zatem

$$(p_i)_{max} \times 300.0{,}98175 = 294{,}525^{t.\,rz.}$$

albo ponieważ (p. tamże) 1 radjan $= 1000^{t.\,rz.}$ to,

$$(p_i)_{max} = 0{,}294{,}525 \text{ radjana}$$

a więc np. odrzucając wyraz drugi, popełniamy błąd największy, równy:

$$\Delta_1 = \frac{p_i^3}{3} \tag{42}$$

wzór umożliwia obliczenie błędu „pierwszego przybliżenia" dla każdej wartości rozwarcia istotnego w mierze bezwzględnej.

Wykres, przedstawiający równanie (42) jest parabolą trzeciego rzędu, przechodząca przez początek układu (rys. 4).

Ponieważ błąd wypadkowy jest algebraiczną sumą błędów składowych Δ_1 oraz Δ_2, to z równań (26) i (42), otrzymamy:

$$\Delta_w = \frac{p_i^3}{3} - 0{,}01826\ p_i \tag{43}$$

Równanie to ułatwia obliczenie błędu wypadkowego w prosty sposób dla każdego rozwarcia istotnego w mierze bezwzględnej (łukowej). Przeliczenie na tysiączne rzeczywiste i zwykłe łatwo uskutecznić[6 bis]. Równanie (43) jest również równaniem paraboli trzeciego rzędu, której rzędne są jednak niższe od odpowiednich rzędnych krzywej Δ_1. Kładąc w równaniu (43) $\Delta_w = 0$ otrzymamy wartości p_i, przy których krzywa przecina oś odciętych:

$$\frac{p_i^3}{3} - 0{,}01826\ p_i = 0 \tag{44}$$

albo

$$p_i\left(\frac{p_i^2}{3} - 0{,}01826\right) = 0$$

skąd

$$p_i = 0$$

oraz

$$\frac{p_i^2}{3} - 0{,}01826 = 0 \tag{45}$$

A więc, krzywa przecina oś odciętych w początku układu oraz w punkcie, którego odcięta p_i czyni zadość równaniu (45) albo:

$\frac{2(p_i)^5_{max}}{3.5} = \frac{(2.0{,}294{,}525)^5}{15} = 0{,}0000372$ radjana $= 0{,}0372^{t.\ rz.} = 0{,}0372.\ 1{,}0186 =$

$= 0{,}0379^{t.}$

czyli, że nawet błąd największy wynosi zaledwie ok. 0,04 tysiącznych, a więc wywiera wpływ na drugi znak dziesiętny, gdy obliczamy kąty w tysiącznych, albo na piąty znak, gdy obliczamy kąty w radjanach.

Łatwo można byłoby udowodnić, iż odrzucenie następnego (trzeciego) wyrazu we wz. (41) spowodowałoby błąd, który wywarłby wpływ na 7 znak dziesiętny przy obliczeniu kąta w radjanach albo na 4 znak, gdybyśmy go obliczali w tysiącznych. Odrzucenie zatem 2 wyrazu i dalszych we wz. (41) powoduje błędy, nie mające praktycznego znaczenia.

6 bis) p. artykuł „Miary kątowe".

$$\frac{p_i^2}{3} = 0{,}01826$$

$$p_i = \sqrt{3.0{,}01826} = \sqrt{0{,}05478} = 0{,}234$$

Jest to odcięta drugiego punktu przecięcia się krzywej Δ_w z osią odciętych. Znaczy to, iż dla kątów $p_i = 0$ (oczywiście) oraz $p_i = 0{,}234$ (w mierze łukowej) błąd $\Delta_w = 0$. Ponieważ $p_i = 0{,}234$ radj $= 234^{t.rz.} = 234.1{,}0186 \backsim 238^{t.zw.}$ to wypływa stąd wniosek: gdy rozwarcie istotne $p_i = 238$ tys. zwykłych, błąd wypadkowy jest zero: $\Delta_w = 0$ czyli $p_o = p_i = 238^t$, jeżeli tylko odległości F i D są zmierzone z matematyczną dokładnością. Widzimy więc, iż wynik otrzymany ostatnio zgadza się z uzyskanym poprzednio przy pomocy metody pierwszej. Badajmy dalej krzywą Δ_w. Biorąc pierwszą pochodną równania (43) względem p_i otrzymamy

$$\frac{d\,\Delta_w}{dp_i} = p_i^2 - 0{,}01826 \qquad (46)$$

biorąc drugą pochodną:

$$\frac{d^2\,\Delta_w}{dp_i^2} = 2p_i$$

widzimy, iż jest ona zawsze dodatnią (ponieważ p_i jest dodatnie) zatem krzywa posiada tylko minimum. Przyrównując pierwszą pochodną do zera otrzymujemy wartości p_i, przy której następuje to minimum

$$p_i^2 - 0{,}01826 = 0$$

skąd

$$p_i = \sqrt{0{,}01826} = 0{,}13513 = 135{,}13^{\,t.\,rz.}$$

Ze wzoru (43) wartość tego minimum wynosi:

$$(\Delta_w)_{min} = \frac{0{,}13513^3}{3} - 0{,}01826.\ 0{,}13513 = -\,0{,}001677 \text{ radjanów} = -\,1{,}677^{t.\,rz.} \backsim 1{,}68^{t.\,rz.}$$

Zatem odpowiadające rozwarcie obliczone:

$$p_o = p_i + \Delta_w = 135{,}13 - 1{,}68 = 133{,}45^{\,t.rz.} = 133{,}45.\ 1{,}0186 = 135{,}9^{\,t.zw.}$$

$$(\Delta_w)_{min} = -\,1{,}68^{\,t.rz.} = -\,1{,}68.\ 1{,}0186 = -\,1{,}7^{\,t.zw.}$$

Wynik otrzymany zgadza się zupełnie z obliczeniem według metody pierwszej. Minimalna różnica rozwarcia obliczonego p_o, wynosząca zaledwie $0{,}9^t$ czyli 0,7% wynika z odrzucenia wyrazów od drugiego począwszy w szeregu (41).

Kładąc w równaniu (46) $p_i = 0$ t. j. odciętą początku układu mamy

$$\left(\frac{d\Delta_w}{dp_i}\right)_{p_i=0} = -0{,}01826$$

jest to tangens kąta nachylenia stycznej do krzywej w początku układu. Zatem równanie tej stycznej, w myśl prawideł geometrji analitycznej wypadnie w układzie (Δ, p_i):

$$\Delta = -0{,}01826\ p_i$$

Porównując otrzymany wynik z równaniem (36) widzimy, iż prosta, wyrażająca wykreślnie przebieg błędu Δ_1 jest styczną do krzywej, wyrażającej przebieg błędu wypadkowego Δ_w w początku układu.

Przy pomocy metody drugiej można byłoby również obliczyć dane do obliczenia wykresu $\Delta_w = f\ (p_o)$, niezbędnego dla wysnucia wniosków praktycznych.

W tym celu należałoby ułożyć tabelę o siedmiu rubrykach, a mianowicie:

T a b e l a 3

p_i			Δ_w			p_o
miara łukowa	tys. rzecz.	tys. zw.	miara łukowa	tys. rzecz.	tys. zw.	tys. zw.
1	2	3	4	5	6	7

Do pierwszej rubryki wpisujemy p_i co 0,010 od zera począwszy: 0,010; 0,020; 0,030 i t. d. Rubryki 2 i 3 łatwo obliczymy. Dane rubryki 4 obliczamy z równania (43); mając rubrykę 4 obliczymy z łatwością 5 i 6. Wreszcie ze wzoru (13)

$$\Delta_w = p_o - p_i$$

albo

$$p_o = \Delta_w + p_i$$

obliczymy na podstawie rubryk 3 i 6 dane rubryki 7. Wreszcie biorąc z rubryk 7 i 6 odpowiednie dane, rysujemy w wybranej podziałce w układzie (p_o; Δ_w) szukany wykres:

$$\Delta_w = f\ (p_o)$$

Sprawdzenie wykazało, iż wykresy Δ_w otrzymane przy pomocy dwu powyższych metod są identyczne.

Rozdział 3. Błędy w obliczeniu rozwarcia, gdy odległości F i D są zmierzone niedokładnie.

W rozważaniach poprzednich zakładaliśmy, iż odległości F i D są zmierzone bezwzględnie dokładnie. Robiliśmy to w tym celu, ażeby usunąć wpływ błędów pomiarowych na wynik obliczeń, a podkreślić wpływ błędów, wynikających z niedokładności wzoru (6). Jednakże takie matematycznie ścisłe pomiary są w praktyce niemożliwe do osiągnięcia. Z tego powodu stosując wzór (6) do obliczenia rozwarcia, mimo najlepszych chęci, zmuszeni jesteśmy używać zamiast istotnych odległości F i D, odległości te, ale obarczone błędami,

Ponieważ wpływ tych błędów pomiarowych na wynik obliczeń jest wagi pierwszorzędnej dla praktyki polowej, zajmiemy się zbadaniem tego zagadnienia.

Ażeby wszakże usunąć w dalszem rozważaniu wpływ niedokładności samego wzoru (6) na wynik badań, użyjemy wzoru dokładnego (1), udowodnionego we wstępie. Według tego wzoru tangens rozwarcia równał się:

$$tgp = \frac{F}{x} \tag{1}$$

gdzie jak F, tak i x były wyrażone w metrach.
Zatem

$$p = arctg \frac{F}{x}$$

t. j., jak mówiliśmy we wstępie, rozwarcie jest funkcją dwóch zmiennych parametrów F i x (t. j. D).

a) Błędy rozwarcia obliczonego w zależności od błędów w pomiarze odległości x metrów $=$ D kilometrów.

Dla ułatwienia dyskusji zlogarytmujemy obydwie strony wzoru (1) przy zasadzie e:

$$Lgtgp = LgF - Lgx \tag{47}$$

gdzie zatem symbol Lg jest znakiem logarytmu naturalnego [7]).

Poszukujemy następnie pochodnej cząstkowej równania (47) względem x t. j. uważając przy różniczkowaniu F, jako wartość stałą. Otrzymujemy:

$$\frac{d_x\, tgp}{tgp} = - \frac{dx}{x} \tag{48}$$

skąd

$$d_x\, tgp = - tgp \frac{dx}{x} \tag{49}$$

[7]) Logarytmem naturalnym nazywamy logarytm przy zasadzie $e = 2{,}71828...$

Ponieważ pochodna tangensa jest $\frac{1}{cos^2 p}$ zatem:

$$d_x tgp = \frac{d_x p}{cos^2 p} \qquad (50)$$

Co w związku ze wzorem (49) daje:

$$\frac{d_x p}{cos^2 p} = - tgp \frac{dx}{x} \qquad (51)$$

czyli

$$d_x p = - Cos^2 p.\ tgp. \frac{dx}{x} = - cosp.\ sinp. \frac{dx}{x} = - \frac{1}{2} sin\ 2p. \frac{dx}{x}$$

A więc

$$d_x p = - \frac{1}{2} sin\ 2p. \frac{dx}{x} \qquad (52)$$

Jeżeli chodzi tylko o bezwzględną wartość błędu $d_x p$, to możemy odrzucić znak błędu (minus) a wówczas otrzymamy:

$$d_x p = \frac{1}{2} sin\ 2p. \frac{dx}{x} \qquad (53)$$

przyczem $d_x p$ jest wyrażone w mierze łukowej (radjanach).

Z dostateczną ścisłością można uważać różniczkę $d_x p$ funkcji p, jako przyrost tej funkcji wskutek zmiany parametru x na $x + dx$ t. j. wskutek błędu dx tego parametru. Z tego powodu we wzorach (52) i (53) można wyraz $d_x p$ uważać jako błąd czyli przyrost kąta p wskutek tego, iż przy pomiarze odległości x popełniliśmy błąd, wynoszący dx.[7bis)]

Wielkość dx wyraża t. zw. **bezwzględny błąd** pomiaru odległości x; podzieliwszy dx przez wartość istotną mierzonej odległości x, otrzymamy **błąd względny** pomiaru t. j. błąd w stosunku do mierzonej wielkości. Np.: odległość istotna $x = 1000$ *m*. Błąd bezwzględny w pomiarze tej odległości niechaj wynosi $dx = 50$ *m*. Zatem błąd względny wyniesie:

[7bis)] W dalszych rozważaniach będziemy oznaczali błędy rozwarcia (wskutek popełnionych błędów w pomiarze odległości F oraz $x = Dkm$) literą d w odróżnieniu od błędów rozwarcia, spowodowanych niedokładnością wzoru (6), a oznaczonych w rozdziale 2. literą Δ. W taki sam sposób oznaczać będziemy i błędy odległości F i x. Nie jest to nowatorstwem ze strony autora oznaczanie błędu literą d (znak przyjęty ogólnie na oznaczenie różniczki pewnej funkcji). Literą d oznacza również błędy przy obliczeniach prof. P. Dziwiński w swym „Podręczniku Arytmetyki i Algebry“ (Lwów 1912, wyd. V, str. 142 i dalsze). Zresztą znakowanie tego rodzaju utarło się w artylerji (dv_0, dp, $d\pi$).

$$\frac{dx}{x} = \frac{50}{1000} = 0,05 = 5\%.$$

Ze wzoru (53) widać zatem, iż **błąd w obliczeniu rozwarcia wskutek błędu w pomiarze odległości** x **jest proporcjonalny do błędu względnego w pomiarze tej odległości oraz do sinusa podwójnego rozwarcia. A więc: błąd** $d_x p$ **jest tym większy, im większy jest kąt** p **(rozwarcie), gdyby nawet stosunek błędu** dx **do odległości** x **był wielkością stałą t. j. gdyby** $\frac{dx}{x} =$ **Const.**

Gdy $p = 300' = 16^0\ 52,'5$, to $\sin 2p = 0,55557 \backsim 0,56$.

Jest to największa wartość sinusa, ponieważ do większych rozwarć w praktyce nie stosujemy wz. (6). Zatem największa wartość praktyczna błędu $d_x p$:

$$(d_x p)_{max} = \frac{1}{2} .0,56 \left(\frac{dx}{x}\right) = 0,28 \left(\frac{dx}{x}\right) \tag{54}$$

Zatem **przy rozwarciu istotnem 300' błąd rozwarcia wskutek tego samego błędu** dx **w pomiarze odległości** x **jest, praktycznie biorąc, największy, gdyby nawet odległość** x **była wielkością stałą.**

Dotychczas braliśmy tylko pod uwagę wielkość błędu $d_x p$. i w tym celu odrzuciliśmy znak minus we wz. (52). Rozpatrzmy teraz wz. (52). uwzględniający nietylko wielkość błędu $d_x p$, ale również i jego kierunek.

Ze wzoru (52)

$$d_x p = -\frac{1}{2} \sin 2p \left(\frac{dx}{x}\right) \tag{52}$$

wynika, iż błąd rozwarcia jest odwrotny (co do znaku) do błędu dx. Istotnie, ponieważ współczynnik $\frac{1}{2} \sin 2p$ jest zawsze dodatni to gdy

$dx > 0$ to $d_x p < 0$

i gdy

$dx < 0$ to $d_x p > 0$

a więc **błąd ujemny (przez niedomiar) pomiaru odległości** x **wywołuje błąd dodatni (przez nadmiar) rozwarcia** p **i odwrotnie.** (patrz rys. 4a).

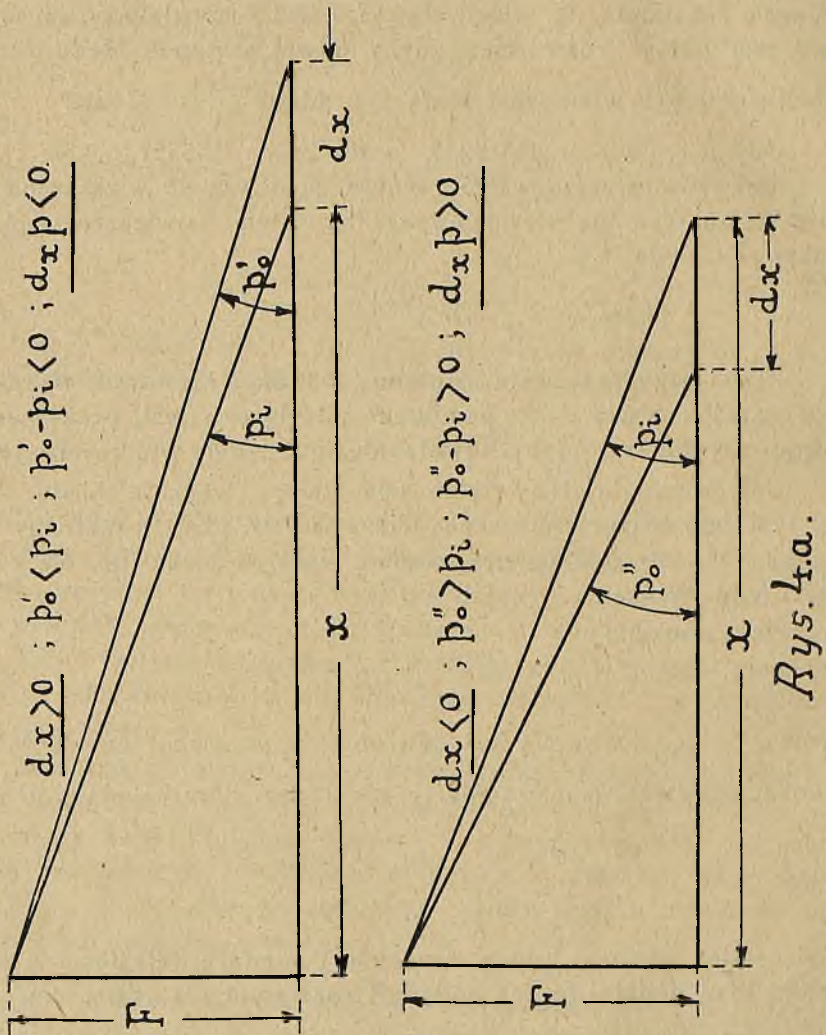
Przykłady.

1) $F = 100\ m.\ x = 2000\ m.\ tgp_i = \frac{100}{2000} = 0,05;\ p_i = 50,9'$.

Niech błąd w pomiarze odległości wynosi $dx = -200\ m$. Wówczas $x' = 2000 - 200 = 1800\ m$.

$$tgp' = \frac{100}{1800} = 0{,}055;\ p' = 56^t;\ d_x p = 56 - 50{,}9 = +\,5.1^t$$

Widzimy więc, iż błąd ujemny (przez niedomiar) w pomiarze odległości x równy $dx = -200\,m$ spowodował dodatni błąd (przez nadmiar) rozwarcia, wynoszący $d_x p = +\,5{,}1^t$.



Rys. 4.a.

2) $F = 500\,m.$ $x = 2000\,m.$ $tgp_i = \frac{500}{2000} = 0{,}25;\ p_i = 249{,}5^t.$

Niechaj błąd dx wynosi znowu $dx = -200\,m.;\ x'' = 2000 - 200 =$ $= 1800\,m.$

$$tgp'' = \frac{500}{1800} = 0{,}277;\ \text{i}\ p'' = 275{,}2^t.\ d_x p = 275{,}2 - 249{,}5 = +26{,}7^t.$$

A więc i tym razem ujemny błąd $dx = -200\ m$ wywołał dodatni błąd rozwarcia $d_x p = +26{,}7^t$.

Ponadto widzimy w obu przykładach, iż przy tej samej odległości i tym samym błędzie pomiaru (a więc przy stałym błędzie względnym $\frac{dx}{x} = -\frac{200}{2000} = -0{,}1$) błąd w obliczeniu rozwarcia okazał się większy tam, gdzie rozwarcie większe. Łatwo również zauważyć, iż przy błędzie dx dodatnim $d_x p$. wypadnie ujemne.

3) $F = 50\ m.;\ x = 1000\ m.;\ tgp_i = \frac{50}{1000} = 0{,}05.\ p_i = 50{,}9^t.$

Niech błąd w pomiarze wynosi $dx = +100\ m$. Wtedy $x' = 1000 + 100 = 1100\ m.;\ tgp' = \frac{50}{1100} = 0{,}045;\ p' = 45{,}8^t;\ d_x p = 45{,}8 - 50{,}9 = -5{,}1^t$.

Przykłady powyższe można byłoby rozwiązać przy pomocy wz. (6): $p = \frac{F}{D}$.

1) $p_1 = \frac{100}{2} = 50^t;\ p_2 = \frac{100}{1{,}8} = 55^t;\ d_x p = 55 - 50 = +5^t.$

2) $p_1 = \frac{500}{2} = 250^t;\ p_2 = \frac{500}{1{,}8} = 277^t;\ d_x p = 277 - 250 = +27^t.$

3) $p_1 = \frac{50}{1} = 50^t;\ p_2 = \frac{50}{1{,}1} = 45^t;\ d_x p = 45 - 50 = -5^t.$

Widzimy więc, iż wyniki otrzymane przy pomocy wz. (6): są bardzo bliskie do otrzymanych wzorem dokładnym (1).

Przykłady powyższe najzupełniej potwierdzają udowodnione przedtem twierdzenia.

b) Błędy przy obliczeniu rozwarcia *p* w zależności od błędów w pomiarze odległości *F*.

Podobnie jak wyżej bierzemy pochodną cząstkową wzoru (47(względem F, uważając tym razem wartość x jako stałą:

$$\frac{d_F\, tgp}{tgp} = \frac{dF}{F} \tag{55}$$

skąd przy pomocy takich samych przekształceń, jak poprzednio, otrzymujemy

$$d_F\, tgp = tgp.\ \frac{dF}{F} \tag{56}$$

$$\frac{d_F p}{cos^2 p} = tgp.\ \frac{dF}{F}$$

$$d_F p = Cos^2 p.\ tgp.\ \frac{dF}{F}$$

albo

$$d_F p = \frac{1}{2}\ sin\, 2p\ \left(\frac{dF}{F}\right) \tag{57}$$

Wzór otrzymany wyraża, podobnie jak (53), zależność błędu w obliczeniu rozwarcia w zależności od błędu względnego pomiaru odległości F.

Ponieważ wz. (53) i (57) są jednakowe, to wnioskujemy z nich iż **wartość bezwzględna błędu w obliczeniu rozwarcia p zależy w jednakowej mierze od błędów względnych pomiaru odległości F oraz x.** Oprócz tego bezpośrednio ze wzoru (57) wynika, iż **błąd w obliczeniu rozwarcia wskutek błędu w pomiarze odległości F jest proporcjonalny do błędu względnego w pomiarze odległości F oraz do sinusa podwójnego rozwarcia $2p$.**

A więc błąd $d_F p$ jest tym większy im większy jest kąt (rozwarcie) p, gdyby nawet stosunek błędu dF do odległości F był stały $\left(\frac{dF}{F} = \text{Const.}\right)$

Gdy $p = 16^0\, 52,'5 = 300'$, to wzór (57) przyjmuje kształt taki, jak wzór (54):

$$(d_F p)_{max} = 0,28\ \left(\frac{dF}{F}\right) \tag{57 bis}$$

Zatem przy rozwarciu istotnem $300'$ błąd rozwarcia wskutek tego samego błędu dF w pomiarze odległości F jest, praktycznie biorąc, największy, gdyby nawet odległość F była wielkością stałą.

Znak plus po obu stronach wz. (57) wskazuje na to, iż błąd rozwarcia $d_F p$ jest tego samego znaku co błąd dF. Rzeczywiście, ponieważ wyraz $\frac{1}{2}\ sin\ 2p$ jest zawsze dodatni, to mamy:

gdy $dF > 0$ wówczas $d_F p > 0$
„ $dF < 0$ „ $d_F p < 0$

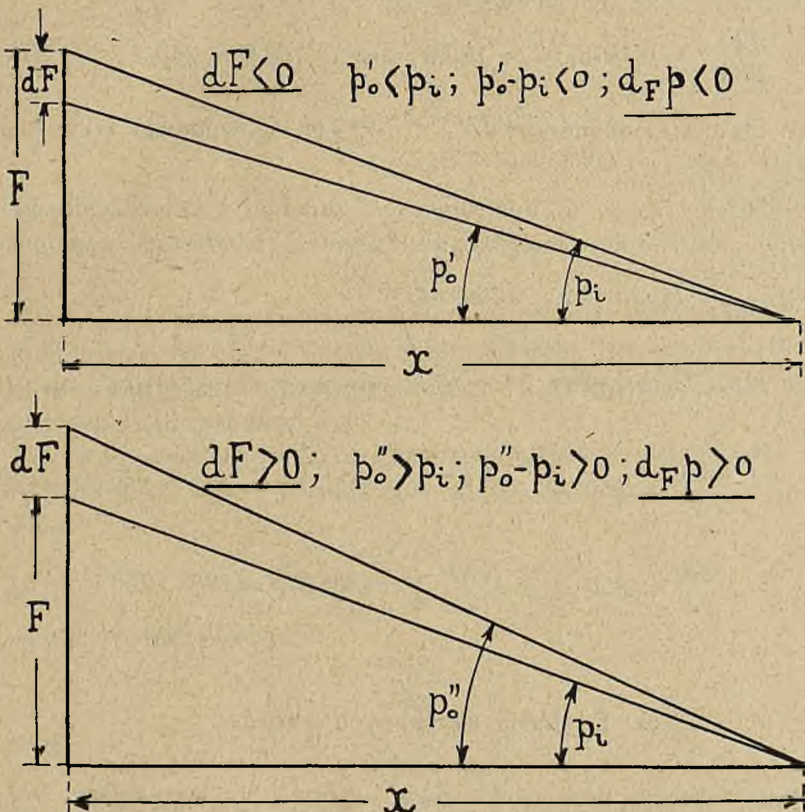
a więc błąd ujemny (lub dodatni) pomiaru odległości F wywołuje błąd ujemny (lub dodatni) rozwarcia p (patrz rys. 4b).

Przykłady.

4) $F = 200\ m;.\ x = 2000\ m.;\ tgp_i = \frac{200}{2000} = 0{,}1;\ p_i = 101{,}5^t.$

Niechaj błąd $dF = +\ 50;\ F' = 200 + 50 = 250\ m.;$

$tgp' = \frac{250}{2000} = 0{,}125;\ p' = 126{,}7^t;\ d_F p = 126{,}7 - 101{,}5 = +\ 25{,}2^t$



Rys. 4.b.

5) $F = 500\ m;\ x = 2000\ m.;\ tgp_i = \frac{500}{2000} = 0{,}25;\ p_i = 249{,}5^t.$

Niechaj błąd $dF = +125\ m.$; wówczas $F'' = 500 + 125 = 625\ m.$

$tgp' = \frac{625}{2000} = 0{,}3125;\ p' = 308{,}5^t;\ d_F p = 308{,}5 - 249{,}5 = +59^t.$

W obu przykładach błąd przez nadmiar dF spowodował również błąd przez nadmiar $d_F p$.

W przykładach 4 i 5 dobraliśmy takie dane liczbowe, że błędy względne $\frac{dF}{F} = \frac{1}{4}$ są równe. Widzimy zatem, iż przy tym samym błędzie względnym pomiaru F, błąd w obliczeniu rozwarcia wypadł większy tam, gdzie było rozwarcie większe.

6) Weźmy dane liczbowe przykładu ostatniego i załóżmy, iż błąd $dF = -125$ *m.*; zatem $F'' = 500 - 125 = 375$ *m.*

$$tgp'' = \frac{375}{2000} = 0{,}1875;\ p'' = 188{,}8^t;\ d_F p = 188{,}8 - 249{,}5 = -60{,}7^t.$$

A więc błąd z niedomiarem $dF = -125$ *m.* spowodował takiż błąd rozwarcia $d_F p = -60{,}7^t$.

Przykłady 4, 5, 6, ilustrujące w zupełności twierdzenie udowodnione poprzednio, moglibyśmy również rozwiązać zapomocą wzoru $p = \frac{F}{D}$. Mielibyśmy wówczas:

$$4)\quad p_1 = \frac{200}{2} = 100^t;\ p_2 = \frac{250}{2} = 125^t;\ d_F p = 125 - 100 = +25^t.$$

$$5)\quad p_1 = \frac{500}{2} = 250^t;\ p_2 = \frac{625}{2} = \backsim 312^t;\ d_F p = 312 - 250 = +62^t.$$

$$6)\quad p_1 = \frac{500}{2} = 250^t;\ p_2 = \frac{375}{2} = \backsim 188^t;\ d_F p = 188 - 250 = -62^t.$$

c) Dyskusja uzyskanych wzorów.

Otrzymaliśmy poprzednio dwa wzory: 1) wyrażający bezwzględną wartość błędu rozwarcia obliczonego wskutek błędu w pomiarze odległości x:

$$d_x p = -\frac{1}{2} \sin 2p \left(\frac{dx}{x}\right) \qquad (53)$$

oraz 2) wyrażający wartość błędu rozwarcia obliczonego wskutek błędu w pomiarze odległości F:

$$d_F p = \frac{1}{2} \sin 2p \left(\frac{dF}{F}\right) \qquad (57)$$

Dzieląc wzór (53) przez (57) stronami, otrzymamy:

$$\frac{d_x p}{d_F p} = \frac{\frac{dx}{x}}{\frac{dF}{F}} \tag{58}$$

Jeżeli błędy bezwzględne w pomiarze x i F są równe, to

$$dx = dF$$

zatem

$$\frac{d_x p}{d_F p} = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{F}} = \frac{F}{x} \tag{59}$$

albo

$$\frac{d_x p}{d_F p} = \frac{F}{x} \tag{59 bis}$$

Jeżeli błędy bezwzględne w pomiarze odległości F i x są jednakowe, to błędy w obliczeniu rozwarcia p wskutek tych przyczyn są odwrotnie proporcjonalne do odległości, przy pomiarze których błąd popełniono.

Ponieważ w praktyce zawsze odległość x jest większa od F, to

$$F < x$$

albo

$$\frac{F}{x} < 1 \tag{60}$$

zatem w myśl (59 bis)

$$\frac{d_x p}{d_F p} < 1 \tag{61}$$

czyli

$$d_x p < d_F p \tag{62}$$

A więc, przy jednakowych błędach bezwzględnych w pomiarach odległości x i F, błąd w obliczeniu rozwarcia p wskutek błędu w pomiarze F jest większy od błędu w obliczaniu p wskutek błędu w pomiarze x.

Ponieważ zawsze x jest znacznie większe od F, to ze wz. (59) wynika, iż **jednakowy błąd bezwzględny w pomiarze odległości F wywołuje znacznie większy błąd w obliczeniu rozwarcia p niż ten sam błąd bezwzględny w pomiarze odległości x. Stąd ważny wniosek praktyczny, że na pomiar odległości F należy zwrócić baczną uwagę i mierzyć ją jak najstaranniej i kilkakrotnie, jeżeli**

czas na to pozwala. Nie pomoże bowiem nawet pomiar odległości x dalmierzem, jeżeli odległość F jest zmierzona byle jak.

Przykład 7.

$$F = 400\,m.;\ x = 1200\,m.;\ tgp_i = \frac{400}{1200} = \frac{1}{3} = 0{,}3333\ldots;\ p_i = 327{,}7^t.$$

Niech błąd $dF = -200\ m.$; zatem $F' = 400 - 200 = 200\ m.$ a odległość x zmierzono dokładnie, zatem

$$tgp_o' = \frac{200}{1200} = \frac{1}{6} = 0{,}1666\ldots\ p_o' = 168{,}2^t.$$

Niech wreszcie błąd $dx = -200\ m.$ t. j. taki sam jak był poprzednio błąd dF. A więc: $x'' = 1200 - 200 = 1000\ m.$, a odległość F zmierzono dokładnie; mamy: $tgp_o'' = \frac{400}{1000} = 0{,}4;\ p_o'' = 387{,}6^t.$

Zestawienie obliczeń przykładu 7.

Błąd pomiaru	Rozwarcia w tysiącznych	błędy w obliczeniu rozwarcia: bezwzględne (ze znakiem)	błędy w obliczeniu rozwarcia: względne (bez znaku)
—	$p_i = 327{,}7$	—	—
$dF = -200m.$	$p_o' = 168{,}2$	$d_F p = -159{,}5^t$	$\frac{159{,}5}{327{,}7} \cong 48{,}7\%$
$dx = -200m.$	$p_o'' = 387{,}6$	$d_x p = +59{,}9^t$	$\frac{59{,}9}{327{,}7} \cong 18{,}3\%$

Widzimy więc, iż 1) jednakowe błędy bezwzględne w pomiarach odległości F i x spowodowały różne błędy w obliczeniu rozwarcia, przytem, jak zawsze, błąd $d_F p$, oczywiście, wypadł większy od błędu $d_x p$, (bez znaków; p. wz. 59 i 62); 2) ujemny błąd (przez niedomiar) dF wywołał również ujemny błąd $d_F p$, podczas gdy ujemny błąd dx spowodował dodatni błąd $d_x p$.

Rozwiążmy przykład 7) przy pomocy wzoru $p = \frac{F}{D}$

$$p = \frac{400}{1{,}2} = 333^t \quad \Big| \quad p' = \frac{200}{1{,}2} = 167^t;\ d_F p = 167 - 333 = -166^t.$$

$$p'' = \frac{400}{1} = 400;\ d_x p = 400 - 333 = +67^t.$$

Przypuśćmy teraz, iż przy pomiarze odległości x i F popełniono jednakowe błędy względne pomiaru t. j.

$$\frac{dx}{x} = \frac{dF}{F} \tag{63}$$

albo

$$\frac{dx}{dF} = \frac{x}{F} \tag{64}$$

Błędy względne są wtedy równe, gdy błędy bezwzględne pomiarów odległości mają się do siebie, jak odległości mierzone,

Porównując wzory (63) i (58) otrzymamy:

$$\frac{d_x p}{d_F p} = 1$$

albo

$$d_x p = d_F p \tag{65}$$

Jeżeli błędy względne pomiarów odległości x i F są równe, to błędy w obliczeniu rozwarcia, spowodowane błędami pomiaru są także równe.

Przykłady. 8) $x = 3000\,m.$; $F = 300\,m.$; $d\,x = 100$ m.; $dF = 20\,m.$ Czy błędy względne są jednakowe? Nie, ponieważ

$$\frac{100}{3000} \neq \frac{20}{300}; \quad 1 \neq 2$$

9) $x = 5000\,m$; $F = 500\,m$; $tgp_i = \frac{500}{5000} = 0{,}1$; $p_i = 101{,}5^t$.

Dobierzmy takie dane liczbowe, ażeby błędy względne (bez znaków) były równe. Niechaj więc np. $dx = -500\ m$; $dF = +50\ m.$ Wówczas błędy względne wynoszą $^1/_{10}$ (bez uwzględnienia znaków). Błędy dx i dF wzięliśmy o takich znakach, aby uzyskać wyniki błędów rozwarcia dodatnie. Przypuśćmy więc, iż z początku popełniono błąd $dx = -500\ m.$ w ocenie odległości x, a odległość F zmierzono bez błędu. Wówczas:

$$x' = 5000 - 500 = 4500 \text{ m.}; \ tgp'_o = \frac{500}{4500} = 0{,}111; \ p_o' = 112{,}6^t.$$

Zatem

$$d_x p = 112{,}6 - 101{,}5 = +11{,}1^t.$$

Niechaj teraz odwrotnie odległość x zmierzono bez błędu, a odległość błędnie

$$F'' = 500 + 50 = 550\ m; \ tgp_o'' = \frac{550}{5000} = 0'11; \ p_o'' = 111{,}6^t$$

a więc

$$d_x p = 111{,}6 - 101{,}5 = +10{,}1^t.$$

zatem równość (65) sprawdza się z dokładnością do 1^t t. j. ok. 1% rozwarcia istotnego w danym przykładzie. Jak wynika z obliczeń, dokonanych przez autora, warunek (65) jest tym ściślejszy, im błędy względne $\frac{dF}{F} = \frac{dx}{x}$ są mniejsze.

Rozwiążmy przykład 9 przy pomocy wzoru $p = \frac{F}{D}$

$$p = \frac{500}{5} = 100^t\ ;\ p_o' = \frac{500}{4{,}5} = 111^t,\ d_x p = 111 - 100 = +11^t.$$

$$\text{,,} \qquad p_o'' = \frac{550}{5} = 110^t;\ d_F p = 110 - 100 = +10^t.$$

wynik, bliski do otrzymanego powyżej.

d) Błędy przy obliczeniu rozwarcia *p* w zależności od jednoczesnych błędów w pomiarach odległości *x* i *F*.

Jak wiadomo, różniczka zupełna funkcji równa się sumie różniczek cząstkowych, albo, inaczej mówiąc, błąd, spowodowany błędami w pomiarze obu parametrów x i F, równa się algebraicznej sumie błędów, spowodowanych błędem każdego parametru x i F oddzielnie. Jeżeli przez dp oznaczyć różniczkę zupełną funkcji p, t. j. błąd w obliczeniu rozwarcia, spowodowany wskutek jednoczesnych błędów w pomiarze odległości x i F, to w takim razie:

$$dp = d_x p + d_F p \tag{66}$$

Podstawiając do wzoru (66) wartości różniczek cząstkowych ze wzorów (52) i (57) otrzymamy:

$$dp = -\frac{1}{2} \sin 2p \left(\frac{dx}{x}\right) + \frac{1}{2} \sin 2p \left(\frac{dF}{F}\right) \tag{67}$$

albo po uporządkowaniu:

$$dp = \frac{1}{2} \sin 2p \left(\frac{dF}{F} - \frac{dx}{x}\right) \tag{68}$$

t. zn., iż błąd bezwzględny w obliczeniu rozwarcia jest proporcjonalny do sumy algebraicznej błędów względnych pomiarów F oraz x, a także do sinusa kąta $2p$. Im więc rozwarcia są większe, tem staranniej musimy dokonywać pomiarów, ażeby zmniejszyć wyraz w nawiasie; wartość bowiem sinusa nie zależy od nas i zmniejszyć jej nie jesteśmy w stanie.

Ze wzoru (68) wynika, iż znak (t. j. kierunek) błędu dp zależy od znaków i wzajemnej wielkości błędów $\frac{dF}{F}$ i $\frac{dx}{x}$. Mogą tu zajść następujące wypadki, które zestawiliśmy w następującej tabelce:

Tabela 4.

	Znaki błędów *) względnych pomiaru $\frac{dx}{x}$	Znaki błędów *) względnych pomiaru $\frac{dF}{F}$	Przy zależności między błędami względnemi pomiaru $\left\|\frac{dx}{x}\right\| < \left\|\frac{dF}{F}\right\|$ otrzymujemy błędy rozwarcia z następującym znakiem	$\left\|\frac{dx}{x}\right\| > \left\|\frac{dF}{F}\right\|$	$\left\|\frac{dx}{x}\right\| = \left\|\frac{dF}{F}\right\|$
			a	*b*	*c*
I	+	—	—	—	—
II	—	+	+	+	+
III	+	+	+	—	0
IV	—	—	—	+	0

Z tabeli powyższej wynika, iż **naogół przy jednoczesnem popełnieniu błędów w pomiarach odległości F i x, błędy te w wyniku sumują się, powiększając bezwzględną wartość błędu dp rozwarcia.** Błąd ten będzie przy danych $\frac{dF}{F}$ i $\frac{dx}{x}$ tym większy, im rozwarcie większe, a praktycznie osiągnie maximum przy $p = 300'$ (największy kąt, przy którym stosujemy wzór rozwarcia) t. j. gdy $\sin 2p = 0{,}56$:

$$dp = 0{,}28\left(\frac{dF}{F} - \frac{dx}{x}\right) \tag{69}$$

z tabeli 4, widać ponadto, iż **tylko w poszczególnych wypadkach** wpływy błędów dF i dx wzajemnie się znoszą i błąd dp wypada równy zeru $\left(\text{gdy } \left|\frac{dF}{F}\right| = \left|\frac{dx}{x}\right|\right)$ albo też jest niewielki $\left(\text{gdy } \left|\frac{dF}{F}\right| \text{ jest bliskie do } \left|\frac{dx}{x}\right|\right)$.

Wobec tego, iż tabela 4 ujmuje najważniejsze właściwości wzorów rozwarcia zależnie od błędów dx i dF postaramy się udowodnić ją raz jeszcze elementarnie.

*) Są one, oczywiście, takie same, jak znaki błędów bezwzględnych dx i dF.

Niechaj

$$\operatorname{tg} p_i = \frac{F}{x}$$

Wypadek I (abc) błędy $+dx$ i $-dF$.

$$\operatorname{tg} p_o = \frac{F - dF}{x + dx} = \frac{Fx}{x} \cdot \frac{\left(1 - \frac{dF}{F}\right)}{\left(1 + \frac{dx}{x}\right)};$$

a więc

$$\operatorname{tg} p_o < \operatorname{tg} p_i; \quad p_o < p_i; \quad p_o - p_i < 0; \quad dp < 0.$$

Błąd dp jest zawsze ujemny.

Wypadek II (abc) błędy $-dx$ i $+dF$.

$$\operatorname{tg} p_o = \frac{F + dF}{x - dx} = \frac{F}{x} \cdot \frac{\left(1 + \frac{dF}{F}\right)}{\left(1 - \frac{dx}{x}\right)};$$

a więc

$$\operatorname{tg} p_o > \operatorname{tg} p_i; \quad p_o > p_i; \quad p_o - p_i > 0; \quad dp > 0.$$

Błąd dp jest zawsze dodatni.

Wypadek III błędy $+dx$ i $+dF$.

$$\operatorname{tg} p_o = \frac{F + dF}{x + dx} = \frac{F}{x} \cdot \frac{\left(1 + \frac{dF}{F}\right)}{\left(1 + \frac{dx}{x}\right)};$$

a) Jeżeli

$$\frac{dx}{x} < \frac{dF}{F} \quad \text{to} \quad 1 + \frac{dx}{x} < 1 + \frac{dF}{F};$$

a wiec

$$\operatorname{tg} p_o > \operatorname{tg} p_i; \quad p_o > p_i; \quad p_o - p_i > 0; \quad dp > 0.$$

Błąd dp dodatni.

b) Jeżeli

$$\frac{dx}{x} > \frac{dF}{F} \quad \text{to} \quad 1 + \frac{dx}{x} > 1 + \frac{dF}{F};$$

a więc

$$\operatorname{tg} p_o < \operatorname{tg} p_i; \quad p_o < p_i; \quad p_o - p_i < 0; \quad dp < 0.$$

Błąd dp ujemny.

c) Jeżeli

$$\frac{dx}{x} = \frac{dF}{F} \quad \text{to} \quad 1 + \frac{dx}{x} = 1 + \frac{dF}{F};$$

a więc

$$\operatorname{tg} p_o = \operatorname{tg} p_i; \quad p_o = p_i; \quad p_o - p_i = 0; \quad dp = 0.$$

Błąd *dp* równa się zeru.

Wypadku IV nie będziemy rozpatrywać, gdyż dowód jego jest najzupełniej podobny do dowodu wypadku III.

Ogólnie zauważyć można, iż w wypadkach I a, b, c; III b i IVa zmniejszamy licznik, a powiększamy mianownik przy obliczaniu tangensa rozwarcia p_o. Dzięki temu rozwarcie obliczone jest mniejsze od istotnego.

W wypadkach II a, b, c i III a i IV b postępujemy odwrotnie, powiększając licznik wraz ze zmniejszeniem mianownika przy obliczaniu tangensa rozwarcia p_o. Dzięki temu rozwarcie obliczone wypada większe od istotnego.

W wypadkach III c i IV b mnożymy licznik i mianownik tangensa rozwarcia przez jednakowe wartości $1 \pm \frac{dF}{F} = 1 \pm \frac{dx}{x}$, dzięki czemu tangens pozostaje bez zmiany t. j. rozwarcie obliczone równe jest istotnemu.

Przykłady: 10) Wypadek I a

$$x = 4000 \text{ m.}; \quad F = 300 \text{ m.}; \quad \operatorname{tg} p_i = \frac{300}{4000} = 0{,}075; \quad p_i = 76{,}2^t.$$

Niechaj

$$dx = 400 \text{ m.}; \quad dF = -50 \text{ m.}; \quad \frac{dx}{x} = \frac{1}{10}; \quad \frac{dF}{F} = -\frac{1}{6}; \text{ zatem } \left|\frac{dx}{x}\right| < \left|\frac{dF}{F}\right|.$$

mamy:

$$\operatorname{tg} p_o' = \frac{300 - 50}{4000 + 400} = \frac{250}{4400} = 0{,}057; \quad p_o' = 58^t.$$

$$dp = 58 - 76{,}2 = -18{,}2^t.$$

11) Wypadek I b.

Niechaj

$$dx = 600 \text{ m.}; \quad dF = -40 \text{ m.}; \quad \frac{dx}{x} = \frac{600}{4000} = \frac{3}{20}; \quad \frac{dF}{F} = -\frac{40}{300} = -\frac{2}{15};$$

$$\text{zatem } \left|\frac{dx}{x}\right| > \left|\frac{dF}{F}\right|; \quad \operatorname{tg} p_o'' = \frac{300 - 40}{4000 + 600} = \frac{260}{4600} = 0{,}056; \quad p_o'' = 57^t.$$

$$dp = 57 - 76{,}2 = -19{,}2^t.$$

11 bis) Wypadek I c.

Niechaj $dx = 400$ m.; $dF = -30$ m.;

$$\frac{dx}{x} = \frac{400}{4000} = \frac{1}{10}; \quad \frac{dF}{F} = -\frac{30}{300} = -\frac{1}{10};$$

a więc $\left|\frac{dx}{x}\right| = \left|\frac{dF}{F}\right|$; mamy $tg\, p_o''' = \frac{300 - 30}{4000 + 400} = \frac{270}{4400} = 0{,}061$;

$$p_o''' = 62{,}1; \quad dp = 62{,}1 - 76{,}2 = -14{,}1^t.$$

Widzimy więc, iż w trzech powyższych przykładach błąd wypadkowy rozwarcia wypadł ujemny, co się zgadza z wierszem pierwszym tabeli 4.

12) Wypadek IIa

$$x = 3000\text{ m.}; \quad F = 400\text{ m.}; \quad tg\, p_i = \frac{400}{3000} = 0{,}133; \quad p_i = 134{,}7^t.$$

Niechaj

$$dx = -300\ m; \quad dF = +80\ m; \frac{dx}{x} = -\frac{300}{3000} = -\frac{1}{10}; \frac{dF}{F} = \frac{80}{400} = \frac{1}{5}$$

a więc

$$\left|\frac{dx}{x}\right| < \left|\frac{dF}{F}\right|$$

Mamy

$$tg\, p_o' = \frac{400 + 80}{3000 - 300} = \frac{480}{2700} = 0{,}178$$

a więc

$$p_o' = 179{,}4^t; \quad dp = 179{,}4 - 134{,}7 = +44{,}7^t.$$

12bis) Wypadek II b.

$$dx = -500\ m.; \quad dF = 50; \quad \frac{dx}{x} = -\frac{500}{3000} = -\frac{1}{6}; \frac{dF}{F} = \frac{50}{400} = \frac{1}{8}$$

a więc

$$\left|\frac{dx}{x}\right| > \left|\frac{dF}{F}\right|; \quad tg\, p_o'' = \frac{400 + 50}{3000 - 500} = \frac{450}{2500} = 0{,}18; \quad p_o'' = 181{,}4^t.$$

$$dp = 181{,}4 - 134{,}7 = +46{,}7^t$$

13) Wypadek II c

$$dx = -300\ m.; \quad dF = +40\ m.; \frac{dx}{x} = -\frac{300}{3000} = -\frac{1}{10}; \frac{dF}{F} =$$

$$= \frac{40}{400} = \frac{1}{10}$$

a więc

$$\left|\frac{dx}{x}\right| = \left|\frac{dF}{F}\right|; \quad tg\, p_o''' = \frac{400 + 40}{3000 - 300} = \frac{440}{2700} = 0{,}162; \quad p_o''' = 163{,}6^t$$

$$dp = 163{,}6 - 134{,}7 = +28{,}9^t.$$

A więc, w ostatnich trzech przykładach błąd wypadkowy rozwarcia jest dodatni, jak podaliśmy w wierszu 2 tabeli 4.

14) Wypadek IIIa. (dane liczbowe wypadku I)

$$x = 4000; \quad F = 300; \quad \operatorname{tg} p_i = 0{,}075; \quad p_i = 76{,}2^t.$$

$$dx = 400; \quad dF = 50, \text{ a więc } \left|\frac{dx}{x}\right| < \left|\frac{dF}{F}\right|$$

mamy

$$\operatorname{tg} p_o' = \frac{300 + 50}{4000 + 400} = \frac{350}{4400} = 0{,}0795;$$

$$p_o' = 80{,}8^t; \; dp = 80{,}8 - 76{,}2 = +4{,}6^t$$

15) Wypadek III b.

$$dx = 600; \quad dF = 40; \quad \left|\frac{dx}{x}\right| > \left|\frac{dF}{F}\right|$$

$$\operatorname{tg} p_o'' = \frac{300 + 40}{4000 + 600} = \frac{340}{4600} = 0{,}0739;$$

$$p_o'' = 75{,}1^t; \; dp = 75{,}1 - 76{,}2 = -0{,}9^t.$$

16) Wypadek III c.

$$dx = 400; \quad dF = 30; \quad \left|\frac{dx}{x}\right| = \left|\frac{dF}{F}\right|$$

$$\operatorname{tg} p_o''' = \frac{300 + 30}{4000 + 40} = \frac{330}{4400} = 0{,}075;$$

$$p_o''' = 76{,}2^t; \; dp = 76{,}2 - 76{,}2 = 0$$

Przykłady 14—16 potwierdzają dane wiersza 3 tabeli 4,

17) Wypadek IVa (dane wypadku II)

$$x = 3000; \quad F = 400; \quad \operatorname{tg} p_i = \frac{400}{3000} = 0{,}133;$$

$$p_i = 134{,}7^t \; dx = -300; \quad dF = -80; \quad \left|\frac{dx}{x}\right| < \left|\frac{dF}{F}\right|$$

$$\operatorname{tg} p_o' = \frac{400 - 80}{3000 - 300} = \frac{320}{2700} = 0{,}1185;$$

$$p_o' = 120{,}1^t \; dp = 120{,}1 - 134{,}7 = -14{,}6^t.$$

18) Wypadek IV b.

$$dx = -500; \quad dF = -50 \quad \left|\frac{dx}{x}\right| > \left|\frac{dF}{F}\right|$$

$$\operatorname{tg} p_o'' = \frac{400 - 50}{3000 - 500} = \frac{350}{2500} = 0{,}14;$$

$$p_o'' = 141{,}7^t \quad dp = 141{,}7 - 134{,}7 = +7^t$$

19) Wypadek IV c

$$dx = -300; \quad dF = -40; \quad \left|\frac{dx}{x}\right| = \left|\frac{dF}{F}\right|$$

$$\operatorname{tg} p_o''' = \frac{400 - 40}{3000 - 300} = \frac{360}{2700} = 0{,}133;$$

$$p_o''' = 134{,}7^t; \quad dp = 134{,}7 - 134{,}7 = 0.$$

Przykłady 10—19 rozwiązaliśmy tylko wzorem dokładnym, pozostawiając czytelnikowi wykonanie rozwiązania przy pomocy wzoru (6) $p = \frac{F}{D}$

Widzimy więc, iż przykłady 17—19 potwierdzają dane wiersza 4 tabeli 4.

Udowodnione powyżej wzory (52), (53), (54), (57), (58), (67) i (68) wyrażają odpowiednie błędy rozwarcia w „mierze łukowej" (radjanach). Ażeby wyrazić błędy te w tysiącznych zwykłych, trzeba, jak wiadomo [8]), pomnożyć prawe strony powyższych wzorów przez spółczynnik $\frac{3200}{\pi} = 1018{,}6$. W ten sposób otrzymamy np. ze wzorów (52), (53) i (57), co następuje:

$$d_x p = -1018{,}6 . \frac{1}{2} \sin 2p \left(\frac{dx}{x}\right) = -509{,}3 \sin 2p \left(\frac{dx}{x}\right) \tag{70}$$

lub jeżeli chodzi o bezwzględną wartość błędu

$$d_x p = 509{,}3 \sin 2p \left(\frac{dx}{x}\right) \tag{70 bis}$$

oraz

$$d_F p = 509{,}3 \sin 2p \left(\frac{dF}{F}\right) \tag{71}$$

gdzie zatem błędy $d_x p$ i $d_F p$ są wyrażone w tysiącznych zwykłych, a $\frac{dF}{F}$ oraz $\frac{dx}{x}$ — są to błędy względne pomiarów odległości F i x.

Istota otrzymanych wzorów jest ta sama, co i wzorów (52), (53) i (57); wzory (70) i (71) są jednak wygodniejsze przy obliczeniach, gdy bezpośrednio chcemy uzyskać $d_x p$ albo $d_F p$ z tych wzorów.

Częstokroć przy badaniu błędów rozwarcia chodzi nie o wartość bezwzględną kątową tego błędu, lecz o jego wartość względną,

[8]) Patrz artykuł „Miary kątowe".

czyli o t. zw. **błąd względny rozwarcia,** który można wyrazić w procentach czy też w ułamku. Wartość błędu tego uzyskamy dzieląc błąd bezwzględny rozwarcia przez wartość rozwarcia istotnego. Do obliczenia błędu względnego rozwarcia wykorzystamy narazie wzór (70) w następujący sposób. Przypuśćmy przedewszystkiem, iż np. odległość x zmierzyliśmy z błędem względnym w jednym wypadku wynoszącym

$$\frac{dx}{x} = 20\% = 0{,}2 \text{ a w drugim } \frac{dx}{x} = 5\% = 0{,}05.$$

Podstawiając te dane do wz. (70) bis otrzymamy:

$$d_x p = 509{,}3 \sin 2p . 0{,}2 = 101{,}86 \sin 2p \qquad (72)$$

oraz

$$d_x p = 509{,}3 \sin 2p . \ 0{,}05 = 25{,}465 . \sin 2p \qquad (73)$$

Zapomocą wzorów (72) i (73), wyrażających bezpośrednio błędy bezwzględne rozwarcia w tysiącznych zwykłych, obliczyliśmy dane tabeli 4 bis.

Tabela 4 bis.

Z rubryki 4 tabeli I.	Z rubryki 5 tabeli I.	Błąd względny pomiaru przyjęto $\frac{dx}{x} = 20\%$		Błąd względny pomiaru przyjęto $\frac{dx}{x} = 5\%$	
$\operatorname{tg} p = \frac{F}{x}$	p	Błąd bezwzględny rozwarcia $d_x p$	Błąd względny rozwarcia $\frac{d_x p}{p}$	Błąd bezwzględny rozwarcia $d_x p$	Błąd względny rozwarcia $\frac{d_x p}{p}$
	tys. zw.	tys. zw.	procenty	tys. zw.	procenty
1	2	3	4	5	6
0,300	296,88	56,07	18,95	14,01	4,72
0,200	201,06	39,18	19,49	9,80	4,87
0,100	101,52	20,13	19,82	5,03	4,96
0,050	50,89	10,18	19,96	2,54	4,99
0,025	25,46	5,10	20,02	1,27	5,00

W tabeli tej rubryki 1 i 2 są wypisane z rubryk 4 i 5 tabeli 1 Największy tangens kąta p wzięliśmy 0,300, ponieważ przy tym tangensie rozwarcie obliczone $p_0 = 300^t$. Jest to, jak wiemy, największa wartość rozwarcia obliczonego, przy którem możemy jeszcze stosować wzór 6, z dostateczną dokładnością do 3 tysiącznych

(p. rozdział 2). Nie chcąc zbytnio powiększać tabeli podaliśmy tylko 5 tangensów wraz z odpowiadającemi kątami w tysiącznych zwykłych (z tabeli 1). Rubrykę 3, zawierającą błędy bezwzględne rozwarcia obliczyliśmy przy pomocy wzoru (72), a 5—przy pomocy (73). Liczby rubryki 4 otrzymano z podzielenia liczb rubryki 3 przez 2 i ilorazy zwiększono 100 razy, ażeby uzyskać błąd względny rozwarcia w procentach. Podobnie dane rubryki 6 uzyskano z podzielenia liczb rubryki 5 przez liczby rubryki 2.

Z tabeli 4 wynika, że **przy ocenie odległości x z błędem ok. 20% lub 5% mierzonej odległości, popełniamy w obliczeniu rozwarcia błąd w kierunku, który wynosi również odpowiednio około 20% lub 5%.** (Trzeba przytem pamiętać o prawidle znaków, które są w tym wypadku zawsze odwrotne; np. wzór 70 t. zn. iż dodatniemu błędowi $\frac{dx}{x}$ odpowiada ujemy błąd $\frac{d_x p}{p}$ i odwrotnie).

Jest to zatem wynik prosty i b. interesujący. Gdybyśmy wykonali takie same obliczenia dla błędów $\frac{dx}{x}$ (w %) dla 1%, 2%, 10% i 15%, uzyskalibyśmy błąd w obliczeniu rozwarcia również tyle procent.

Ponieważ wzory (70) i (71) są jednakowe, to takie same obliczenia moglibyśmy zastosować również do błędów $d_F p$; spowodowanych błędami w pomiarze odległości F. W wyniku uzyskalibyśmy takie same wnioski, jak powyżej z tą różnicą, iż dodatniemu (ujemnemu) błędowi $\frac{dF}{F}$ odpowiadałby również dodatni (lub ujemny) błąd $\frac{d_F p}{p}$. A więc, **zawsze błąd względny w obliczeniu rozwarcia równa się (w przybliżeniu) błędowi względnemu w pomiarze odległości x (albo F)** t. j.

$$\frac{d_x p}{p} = -\frac{dx}{x} \quad \text{oraz} \quad \frac{d_F p}{p} = \frac{dF}{F} \qquad (74)^{8\,bis)}$$

Jakże obliczyć błąd względny rozwarcia, jeżeli popełniono jednocześnie błędy w pomiarze jak x, tak i F?

---

8 bis) wzory (74) można również uzyskać bezpośrednio ze wzoru (6) $p = \frac{F}{D}$. Istotnie, logarytmując przy zasadzie e mamy $Lg\, p = Lg\, F - Lg\, D$.

Różniczkując następnie raz względem F drugi raz względem D, otrzymamy:

$$\frac{d_F p}{p} = \frac{dF}{F}; \quad \frac{d_D p}{p} = -\frac{dD}{D}; \quad \text{ale} \quad 1000\, D = x \quad \text{czyli} \quad 1000\, dD = dx$$

$$\text{zatem} \ \frac{d_D p}{p} = -\frac{1000\, dD}{1000 . D} = -\frac{dx}{x} = -\frac{d_x p}{p}$$

Na zasadzie wz. (66) mieliśmy

$$dp = d_x p + d_F p$$

Dzieląc obydwie strony tego równania przez p, otrzymamy:

$$\frac{dp}{p} = \frac{d_x p}{p} + \frac{d_F p}{p} \qquad (75)$$

co w związku z (77) daje

$$\frac{dp}{p} = -\frac{dx}{x} + \frac{dF}{F} \qquad (76)$$

A więc, **błąd względny rozwarcia, popełniony wskutek błędów pomiaru odległości** x **i** F, **równa się w przybliżeniu sumie algebraicznej błędów względnych każdego pomiaru zosobna.**

Np.: błąd względny w pomiarze odległości x wynosi $+20\%$, a odległości F $+5\%$. Błąd względny w obliczeniu rozwarcia równa się zatem około: $-20 + 5 = -15\%$ rozwarcia istotnego.

Łatwo zauważyć, iż prawa strona wzoru przybliżonego (76) jest niczem innem, jak dwumianem, znajdującym się w nawiasie wzoru dokładnego (68). Dlatego też wszystkie wypadki i prawidła znaków podane przy dyskusji wz. (68) w tabeli 4, mają zupełne zastosowanie i do wzoru (76). Nie będziemy ich zatem powtarzali, gdyż musielibyśmy po raz wtóry przepisać w tem miejscu tabelę 4. Celem ilustracji udowodnionych wzorów (74) i (76) przytaczamy następujące przykłady, które rozwiążemy przy pomocy wzoru $\operatorname{tg} p = \frac{F}{x}$, pozostawiając czytelnikowi rozwiązanie ich wzorem: $p = \frac{F}{D}$.

Przykłady: 20) Dane liczbowe z przykładu 1.

$x = 2000\,m$; $F = 100\,m$; $p_i = 50{,}9^t$; $dx = -200\,m$; $d_x p = +5{,}1$;

$$\frac{dx}{x} = -0{,}1; \qquad \frac{d_x p}{p} = +\frac{5{,}1}{50{,}9} \infty 0{,}1.$$

21) Dane z przykł. 2.

$x = 2000\,m.$; $F = 500\,m.$; $p_i = 249{,}5^t$; $dx = -200\,m$;

$$d_x p = +26{,}7^t; \quad \frac{dx}{x} = -0{,}1; \quad \frac{d_x p}{p} = +\frac{26{,}7}{249{,}5} = +0{,}107$$

22) Dane z prz. 3.

$F = 50\,m.$; $x = 1000\,m.$; $p_i = 50{,}9^t$; $dx = +100$; $d_x p = -5{,}1^t$.

$$\frac{dx}{x} = 0{,}1; \quad \frac{d_x p}{p} = -\frac{5{,}1}{50{,}9} \cong -0{,}1.$$

23) Dane z prz. 4

$F = 200\ m;\quad x = 2000\ m;\quad p_i = 101{,}5^t;\quad dF = +50\ m;\quad d_F p = +25{,}2^t.$

$$\frac{dF}{F} = +\frac{50}{200} = +0{,}25;\quad \frac{d_F p}{p} = +\frac{25{,}2}{101{,}5} = +0{,}248\,.$$

24) Dane z prz. 5.

$$F = 500\ m;\quad x = 2000\ m;\quad p_i = 249{,}5^t;$$

$$dF = +125.\qquad d_F p = +59^t.$$

$$\frac{dF}{F} = +\frac{125}{500} = +0{,}25;\quad \frac{d_F p}{p} = +\frac{59}{249{,}5} = +0{,}236\,.$$

25) Dane prz. 10.

$x = 4000;\quad F = 300;\quad p_i = 76{,}2^t;\quad dx = +400\ m;\quad dF = -50.$

$$\frac{dx}{x} = +0{,}1;\quad \frac{dF}{F} = -\frac{1}{6} = -0{,}166;\quad -\frac{dx}{x} + \frac{dF}{F} = -0{,}1 -$$

$$-0{,}166 = -0{,}266\,.$$

$$\frac{dp}{p} = -\frac{18{,}2}{76{,}2} = -0{,}238\,.$$

26) Dane prz. 11

$x = 3000\ m.;\quad F = 400\ m.\quad p_i = 134{,}7^t.\quad dp = +44{,}7$

$$dx = -300\ m;\quad dF = +80\ m.;\quad \frac{dx}{x} = -0{,}1;\quad \frac{dF}{F} = +0{,}2$$

$$-\frac{dx}{x} + \frac{dF}{F} = +0{,}1 + 0{,}2 = +0{,}3$$

$$\frac{dp}{p} = +\frac{44{,}7}{134{,}7} = +0{,}33$$

27) Dane prz. 14

$$x = 4000;\quad F = 300;\quad p_i = 76{,}2^t.$$

$$dx = 400:\quad dF = 50;\quad \frac{dx}{x} = +0{,}1;\quad \frac{dF}{F} = +\frac{1}{6} = +0{,}166$$

$$-\frac{dx}{x} + \frac{dF}{F} = -0{,}1 + 0{,}166 = +0{,}066$$

$$dp = +4{,}6^t;\quad \frac{dp'}{p} = +\frac{4{,}6}{76{,}2} = +0{,}06$$

28) Dane prz. 17

$$x = 3000\,m;\quad F = 400\,m;\quad p_i = 134{,}7^t$$

$$dx = -300;\quad dF = -80;\quad \frac{dx}{x} = -0{,}1;\quad \frac{dF}{F} = -0{,}2$$

$$-\frac{dx}{x} + \frac{dF}{F} = +0{,}1 - 0{,}2 = -0{,}1$$

$$dp = -14{,}6^t;\quad \frac{dp}{p} = -\frac{14{,}6}{134{,}7} = -0{,}108.$$

Z przykładów powyższych wynika, iż wzory udowodnione (74) i (76) sprawdzają się z dosyć dużą dokładnością.

Rozdział 4. Błędy w obliczaniu rozwarcia przy zastosowaniach praktycznych wzoru $p = \frac{F}{D}$. Wnioski.

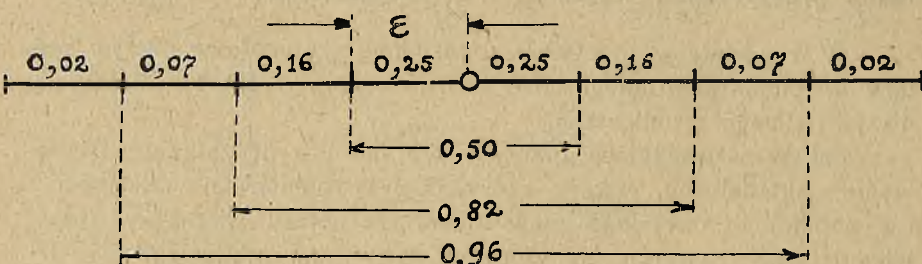
W rozdziale poprzednim zbadaliśmy szczegółowo wpływ błędów w pomiarach odległości x i F na wynik wielkości rozwarcia, otrzymywanego z obliczenia.

Jak w rozważaniach analitycznych, tak i w przykładach liczbowych, zakładaliśmy zawsze zgóry, iż przy pomiarach odległości x i F popełniono określony błąd dx i dF, a należy wyznaczyć odpowiedni błąd rozwarcia dp, spowodowany temi błędami dx i dF. Dzięki temu założeniu zdołaliśmy udowodnić szereg twierdzeń, które umożliwiły czytelnikowi, jak śmiemy przypuszczać, gruntowne zapoznanie się z właściwościami wzoru, służącego do obliczania rozwarcia.

Nie trudno się jednak przekonać, iż założenie powyższe ma tylko charakter teoretyczny. Nigdy bowiem w zastosowaniach praktycznych nie znamy à **priori** (zgóry) ani wielkości, ani znaku błędów dx i dF, a więc nie znamy także błędów $\frac{dx}{x}$ i $\frac{dF}{F}$, gdyż wartość istotna odległości x i F również jest nam nieznana. Popełniamy natomiast przy pomiarach odległości x i F błędy przypadkowe (nieregularne), których wielkości, ani znaku w każdym poszczególnym wypadku przewidzieć nie jesteśmy w stanie. (Dopiero po oddaniu pierwszego strzału, a więc à **posteriori** będziemy mogli doświadczalnie przekonać się o błędzie, jakim było obarczone obliczenie rozwarcia np. przy skierowaniu baterji na dozór).

Aczkolwiek w **każdym poszczególnym** wypadku nie możemy przewidzieć wielkości i znaku błędu pomiaru, to jednak, dzięki opracowaniom statystycznym **wielu** pomiarów, możemy ustalić i przy-

jąć pewien błąd, któryby charakteryzował dokładność danego pomiaru. Za taki błąd przyjęto t. zw. **błąd prawdopodobny** t. j. taki błąd, co do którego istnieje prawdopodobieństwo $^1/_2$ że nie będzie (lub że będzie) przekroczony. Z definicji tej wynika, że przy dużej ilości pomiarów mamy jednakowe szanse uzyskać błąd większy od błędu prawdopodobnego jak i mniejszy od tego błędu. Chcąc być bardziej zrozumiany dodam, iż podobnie, jak z błędami przypadkowemi pomiarów, rzecz się ma i z uchyleniami przypadkowemi punktu upadku pocisków od średniego punktu trafnego danego celownika. Zgóry przewidzieć wielkości i znaku uchylenia każdego poszczególnego punktu upadku pocisku od średniego punktu trafnego nie jesteśmy w stanie, możemy natomiast na zasadzie szeregu strzelań balistycznych wyznaczyć t. zw. uchylenia prawdopodobne, które



Rys. 5.

są miarą rozrzutu (celności) danego działa na danej donośności. Prawa i rozkład błędów przypadkowych są takie same jak i uchyleń przypadkowych, to też t. zw. praktyczna skala błędów (rys. 5) jest identyczna ze znaną skalą rozrzutu[9]).

Narysujmy więc skalę błędów, przyjmując za jednostkę błąd prawdopodobny ε.

Ze skali błędów wynika, iż 1) prawdopodobieństwo popełnienia błędu w granicach $\pm\ \varepsilon$ wynosi 0,50 (co zresztą wynika z definicji błędu prawdopodobnego); 2) prawdopodobieństwa popełnienia błędu w granicach $\pm 2\varepsilon$ i $\pm 3\varepsilon$ równają się odpowiednio 0,82 oraz 0,96. Wreszcie prawdopodobieństwo, że błąd będzie większy od $\pm 3\varepsilon$ wynosi $1 - 0{,}96 = 0{,}04$.

[9]) Bardziej szczegółowe dane o teorji błędów przypadkowych i jej zastosowaniach artyleryjskich znajdzie czytelnik w skrypcie Ofic. Szk. Art.: mjr. inż. S. Kopański „Teorja strzelania" Toruń 1928 r.

Po tych kilku uwagach z teorji błędów, możemy przystąpić do rozpatrywania naszego zagadnienia.

Oznaczmy przedewszystkiem przez:

ε_x — błąd prawdopodobny w pomiarzę odległości x

ε_F — „ „ „ „ „ F

ε_{px} — „ „ w obliczeniu rozwarcia wskutek błędu w pomiarze x

ε_{pF} — „ „ w obliczeniu rozwarcia wskutek błędu w pomiarze F

ε_p — „ „ w obliczeniu rozwarcia wskutek jednoczesnych błędów w pomiarze x i F.

Niechaj to będą błędy prawdopodobne względne, a więc wyrażone w procentach, albo ułamku.

Ze wzoru (74) wynika, iż możemy z dostateczną ścisłością utożsamiać każdy błąd przypadkowy (względny) pomiaru odległości x (albo F) z odpowiednim błędem przypadkowym (względnym) obliczenia rozwarcia wskutek błędów w pomiarze x (albo F).

Stąd prosty wniosek, że i błędy prawdopodobne (względne) ε_x (oraz ε_F) będą identyczne z ε_{px} (oraz ε_{pF}). Mamy zatem następujące przybliżone wzory:

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_x &= \varepsilon_{px}\\ \varepsilon_F &= \varepsilon_{pF}\end{aligned}\right| \qquad (77)$$

które są logicznym wnioskiem ze wzoru (74)

Przypuśćmy, iż przy obliczeniu rozwarcia popełniliśmy błędy w obu pomiarach jak x, tak i F. Zapytujemy, jaka będzie zależność między błędami ε_{px}, ε_{pF} z jednej strony, a ε_p = z drugiej. Ponieważ, jak wiadomo[9 bis] z teorji błędów błędy prawdopodobne sumują się geometrycznie to

$$\varepsilon_p^2 = \varepsilon_{px}^2 + \varepsilon_{pF}^2 \qquad (78)$$

skąd

$$\varepsilon_p = \sqrt{\varepsilon_{px}^2 + \varepsilon_{pF}^2} \qquad (79)$$

Co w związku z (77) daje:

$$\varepsilon_p = \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_F^2} \qquad (80)$$

[9 bis] Kopański l. c. str. 71 — 75. Twierdzenie to dotyczy również błędów prawdopodobnych bezwzględnych. Dowód elementarny tego twierdzenia w zastosowaniu do błędów średnich kwadratowych można znaleźć w dziele płk. W. Dziakiewicza „Geodezja". Warszawa — Kraków 1928. str. 51 — 52. Pomnożywszy obie strony wzoru tam podanego przez $(0{,}6745)^2$, otrzymamy wzór (78).

Otrzymaliśmy wzór, analogiczny do wz. (76). Jednakże wzory te różnią się zasadniczo. Wzór (80) daje nam możność wyznaczyć błąd prawdopodobny (względny) rozwarcia, skoro są dane błędy prawdopodobne (względne) pomiaru odległości x i F. Natomiast wzór (76) pozwalał nam tylko obliczyć błąd przypadkowy (względny) rozwarcia, skoro były dane błędy przypadkowe (względne) pomiaru odległości x i F.

Ażeby móc wykorzystać wzór (80), musimy ustalić wartość ε_x oraz ε_F. Wielkości tych błędów będą, oczywiście, zależne od sposobu pomiaru.

Pomiar odległości x metrów $= D$ kilometrów można wykonać w praktyce polowej przy „pobieżnem" przygotowaniu ognia trzema sposobami [10]: 1) dalmierzem, 2) przy pomocy mapy, 3) na oko.

Z pośród dalmierzy współczesnych, dogodnych do użytku w polu, zasługuje na szczególną uwagę dalmierz systemu „Barr'a i Stroud'a" z podstawą, równą 1 m, powiększeniem $8^{\times}$ o ciężarze zaledwie 5 kg. Błąd prawdopodobny pomiaru odległości takim dalmierzem wynosi [10 bis].

$$r = D^2_{(km)} \cdot 5 \text{ metrów}$$

albo

$$r = D^2 \cdot \frac{5}{1000} \text{ kilometrów}$$

a więc błąd prawdopodobny względny:

$$\frac{r}{D} = \frac{D^2 \cdot 5}{1000\, D}$$

czyli w procentach

$$\left(\frac{r}{D}\right)\% = \frac{D^2 \cdot 5.100}{1000 \cdot D} = \frac{D}{2}\%$$

gdzie D — wyrażone w kilometrach.

Jeżeli przyjmiemy, iż w artylerji polowej mierzyć będziemy dalmierzem odległości od 2 — 10 km, to błędy prawdopodobne (względne) wyniosą w myśl ostatniego wzoru odpowiednio od 1% do 5% zależnie od odległości [11].

---

[10]) przyjmuję warunki gorsze t. j. brak przygotowania dokładnego („topograficznego").

[10 bis]) Według uprzejmej informacji p. mjr. Marchand'a, wykładowcy Ofic. Szk. Art. — Opisy i teorja ogólna tego przyrządu: Jacyna — Łunkiewicz „Nauka artylerji" Warsz. 1922 T. II 256 — 9. — Niesiołowski „Ausgewählte Kapitel d. Technik„, Wiedeń 1908 str. 497. sq. — Niłus — Markiewicz „Połnyj kurs Artilerji" Petersburg 1912 T. VII str. 128.

[11]) Mniejsze odległości zmierzymy przy pomocy sposobów 2 i 3.

Błędy w pomiarze odległości z planów i map bywają w warunkach polowych różne i zależą przedewszystkiem od podziałki planu (mapy); przy jednakowych warunkach są tym mniejsze, im większa t. j. dokładniejsza podziałka. Ponadto błędy te zależą w dużym stopniu od tego, z jakich punktów (przedmiotów) terenu, oznaczonych na mapie (planie), korzystamy przy nanoszeniu na mapę punktów, nieoznaczonych na niej.

Błędy, jakie przytem popełniamy, mogą więc zajść z następujących przyczyn: 1) Nie można dokładnie odszukać na mapie swego punktu stania oraz punktu do którego mierzymy odległość (błąd zależy od podziałki mapy, „trudności" terenu i t. p.): 2) błąd popełniany przy odmierzaniu na mapie odległości między punktami już naniesionemi przez nas w polu. 3) Błędy, popełnione przy wykonywaniu mapy.

Na zasadzie doświadczeń można przyjąć, iż w warunkach polowych błąd prawdopodobny pomiaru odległości z mapy wynosi co najmniej 2% mierzonej odległości[12]) i nie przekracza 10% tejże odległości[13]).

Pozostaje jeszcze rozpatrzeć ocenę odległości na oko (t. zw. w wojsku naszem przed 1831 r. — „okomiar"). Zdawaćby się mogło, iż w dzisiejszych czasach sposób ten nie może mieć zastosowania. A jednak, ileż razy w wojnie 1919 — 20 był to jedyny sposób oceny odległości do celu i jakże często ułatwiał otwarcie skutecznego ognia w chwilach ciężkich, gdy innych sposobów oceny odległości nie było czasu ani możności zastosować! Jest to niewątpliwie „najstarszy" sposób, gdyż już Mikołaj Tartaglia w swem dziele „Della nuova Scienza" (w r. 1537) wskazywał na „konieczność oceny odległości na oko, bez której nie można dobrze strzelać[14]").

---

12) Niesiołowski l. c. str. 464 podaje najmniejszy błąd „średni kwadratowy" jako 2%, a zatem błąd prawdopodobny wypada 2.0,6745 = 1,35%. Przyjęliśmy jednak dla ostrożności błąd prawdopodobny 2%.

13) W. Mikeładze Teoreticzeskija osnowańja pristrielki. Petersburg 1907 str. 18. — Jak dalece zwracają obecnie uwagę w armji niemieckiej na umiejętność odmierzania odległości z map i planów, świadczy następująca cytata z „Ausbildungsvorschrift für die Artillerie 1923" (Heft 19, Anhang II): „§ 9. Da die Grundlage für richtiges Abgreifen der Entfernungen in jedem Falle die richtige Bestimmung der Lage des eigenen Standpunktes und des Zieles auf der Karte bildet, ist die Ausbildung im Entfernungsabgreifen fast völlig gleichbedeutend mit der Ausbildung im Kartenlesen und Zurechtfinden im Gelände.

„§ 10. Zu dieser Ausbildung muss jede Gelegenheit benutzt werden".

14) A. Niłus. Istorja matierjalnoj czasti. Petersburg 1904 T. I str. 121

Przy tego rodzaju „pomiarze" odległości zachodzą różne i dość znaczne błędy, szczególnie gdy obserwator nie posiada dostatecznej wprawy. Tak np. francuski generał Percin podaje[15]), że gdy na manewrach w r. 1904 polecono dwunastu oficerom ocenić na oko odległość do dużego drzewa, to ocena ta wahała się od 500 do 2500 *m*. Odległość istotna wynosiła około 1100 *m*, zatem błędy względne „pomiaru" wahały się od 55% do 127% odległości mierzonej. Są to, oczywiście, wypadki wyjątkowe, jeżeli bowiem obserwator jest wyszkolony błędy te są znacznie mniejsze. Tenże autor podaje na zasadzie doświadczeń, iż obserwator wyćwiczony w normalnych warunkach (pogody i oświetlenia) może określić odległość z błędem prawdopodobnym, wynoszącym ok. 15% odległości[16]). Jest to oczywiście liczba orjentacyjna, gdyż przy tego rodzaju „pomiarze" trudno jest ustalić liczby dokładniejsze. To też wartość błędu prawdopodobnego waha się i podawana jest różna przez różnych autorów. Tak np. znany generał artylerji niemieckiej Henryk Rohne[17]) podaje, iż w armji tej wykonano doświadczenia z 1912 podoficerami i szeregowcami, którzy ocenili na oko w nieznanym terenie w latach 1896—98 około 39700 odległości. Z obliczenia dokonanego na zasadzie tych doświadczeń otrzymano błąd średni równy 20% odległości, co odpowiada błędowi prawdopodobnemu $20 . 0{,}845 \cong 17\%$. odległości. Wyniki francuskich doświadczeń z tych czasów różnią się od podanych. Wspomina o nich gen. br. Le Joindre[18]), nadmieniając, iż przy ocenie odległości na oko przez dobrze wyszkolonych oficerów błąd średni wynosił 25% odległości, t. j. błąd prawdopodobny $25 . 0{,}845 \cong 21\%$ odległości. Przy ocenie na oko przez mniej doświadczonych oficerów oraz wyszkolonych i inteligentnych szeregowych błąd średni (a więc i prawdopodobny) był dwa razy większy. Prawdziwie żałować należy, iż autorowie wzmiankowani nie podali jakie odległości były mierzone.

Oddawna bowiem zauważono, iż błąd prawdopodobny oceny

---

[15]) Percin: Evaluation des distances, Paryż, 1918, str. 11.

[16]) Percin: l. c., str. 22.

[17]) „Militär-Wochenblatt": 1899, Nr. 1. H. Rohne. „Aenderunsvorschläge zum derzeitigen Ausbildungsgang im Entfernungschätzen", p. także: Von Alten „Handbuch für Heer u. Flotte". Berlin, 1911, T. III, str. 391. „Entfernungschätzen". Błąd średni (erreur moyenne simple) o którym wspominamy, nazwany tak w artylerji przez analogję do uchylenia średniego, w miernictwie cywilnem nosi nazwę błędu przeciętnego (durchschnittliche Fehler). Błąd prawdopodobny równa się 0,845 błędu średn. (Kopański l. c. str. 67).

[18]) Le Joindre: „Tirs de combat individuels et collectifs', str. 30 (cytuję wg. Rohnego Ibid).

odległości na oko zależy od tej odległości. Tak więc H. Jordan[19]) obliczył na zasadzie wielu doświadczeń przed 1898 r., iż żołnierze przy ocenie na oko odległości, wynoszących od 200 do 800 *m.*, popełniają w czasie pokoju błędy, dochodzące do ± 31% odległości, co odpowiada błędowi prawdopodobnemu $\frac{31}{4} \cong 8\%$. Na tej zapewne zasadzie przyjęto w naszej piechocie błąd średni oceny odległości („małych") na oko, jako 10% mierzonej odległości[20]). Odpowiada temu błąd prawdopodobny $10 . 0,845 \cong 8\%$, co się zgadza z danemi Jordana.

Dla odległości większych błędy wypadają większe. Tak np. według doświadczeń, dokonanych w r. 1868 w Szwajcarji, okazało się, iż na odległościach około 3 km błąd średni oceny odległości na oko dochodził do 20% odległości mierzonej[21]). Błąd prawdopodobny dochodził zatem do $20 . 0,845 \cong 17\%$ odległości. Według źródeł rosyjskich przyjmowano błąd prawdopodobny oceny odległości na oko jako 12% dla odległości nie przekraczających 2 km.[22]).

Reasumując przytoczone dane, dochodzimy do następujących błędów prawdopodobnych oceny odległości na oko dla obserwatorów wyszkolonych w terenie, widzianym po raz pierwszy[23]). Są to, oczywiście, liczby „orjentacyjne".

Przy	odległościach	200 — 800 *m*	błąd	prawdopodobny	8%
„	„	800 — 1000 *m*	„	„	10%
„	„	2000 *m*	„	„	15%
„	„	3000 *m*	„	„	20%

Powyżej rozpatrzyliśmy błędy prawdopodobne w pomiarze odległości x metrów $= D$ kilometrów. Zachodzi teraz pytanie, jakie mogą zajść błędy prawdopodobne w pomiarze odległości F?

Jak wiemy, odległość ta jest zawsze mniejsza od odległości x. W założeniu, iż F jest prostopadłe do x (rys. 1), odległość F nie może przekroczyć $0,3\,x$, gdyż w przeciwnym razie nie moglibyśmy stosować polowego wzoru (6) (p. rozdział 2). Najczęściej w praktyce

---

19) Niesiołowski: l. c, 466.

20) T. Felsztyn: „Nauka o broni", cz. I. Warszawa, 1921, str. 107. Celem porównania dodamy, iż wg. Niesiołowskiego l. c, str. 465 w piechocie austrjackiej uważano żołnierzy, popełniających błąd średni 12% (co odpowiada błędowi prawdop. 10%), jako mających „pewne oko", t. j. dobrze oceniających odległość.

21) Jacyna-Łunkiewicz: l. c. II, str. 255.

22) Nittus-Markiewicz: T. IV, str. 53, wyd. 1910 r.

23) Mikeładze: l c., str. 17.

odległość *F* jest nieduża i rzadko większa od 500—1000 *m*, w zwykłych warunkach [23 bis]).

Poprzednio udowodniliśmy, iż jednakowy błąd bezwzględny dF wywołuje znacznie większy błąd w obliczeniu rozwarcia, niż ten sam błąd bezwzględny dx i to tym większy, im x jest większe od F (wz. 59 bis).

Wyprowadziliśmy wówczas (rozdz. 3. d) wniosek praktyczny, że na pomiar odległości *F* należy zwrócić baczną uwagę i zmierzyć ją najstaranniej, kilkakrotnie, o ile czas na to pozwala.

Pomiar odległości *F* można w praktyce polowej wykonać w następujący sposób: 1) taśmą mierniczą lub drutem telefonicznym, 2) Stadymetrycznie (chyłomierz lub lunetka kątomierza i łata miernicza albo stempel armatni), 3) krokami podwójnemi, 4) dalmierzem, 5) z mapy, 6) na oko.

Sposób pierwszy, możliwy w polu tylko w wyjątkowych wypadkach, ma tę dogodność, iż jest b. dokładny. Niezależnie od odległości błąd prawdopodobny wynosi 0,2% odległości [24]), co w polu można przyjąć za równe zeru. Gdyby baterja nie posiadała taśmy, to odległość można mierzyć drutem telefonicznym długości 20 lub 50 *m*, który można przygotować we własnym zakresie [24bis]). Jeżeli odległość nie przekracza 500—600 *m*, to błąd w pomiarze drutem wynosi 0,4—0,67%, t. j. praktycznie równa się zeru.

Drugi sposób, łatwy do wykonania przy odległościach mniejszych od 500 *m* — jako łata może służyć stempel armatni (75 *mm*), daje błąd prawdopodobny ok. 3% przy mierzeniu jednym pomiarem 300 *m* [25]). Musimy jednak z jednego punktu widzieć drugi, do którego odległość mierzymy.

[23bis]) Mam tutaj na myśli długość odcinka prostopadłego spuszczonego z punktu obserw. na kierunek „działo kierunkowe-dozór". Odległość ta jest zawsze mniejsza od rzeczywistej odległości: „dz. kierunk.—p. obs." (lub „p. obs. d-cy bat.—p. obs. d-cy dyonu"). Te zaś odległości z doświadczenia w naszych terenach tylko w wyjątkowych warunkach przekraczają 1500 *m*. Odległość *F* przy budowie snopa wynosi zaledwie około 20—25 *m* (p. rozdział 5).

[24]) Kpt. Marchand: „Topografja w zastosowaniu artylerji". T. III, str. 19 (Toruń, 1923).

[24bis]) „Prz. Art." Nr. 4—5 r. 1925, str. 137—9. Mjr. Menjaud: „Jak współdziałać z piechotą".

[25]) Marchand l. c. (III. 10 — 11) oraz Poliński „Dokładne strzelanie art.". Toruń 1926 str. 74. Wogóle błąd prawdop. względny tego pomiaru wynosi ok. 10 D%, gdzie D — w kilometrach, albo $\left(\frac{D}{100}\right)$%, gdzie D — w metrach.

Trzeci sposób stosunkowo dokładny: błąd prawdopodobny = 2% odległości [26]). Dobry sposób i praktyczny, szczególnie gdy brak zupełny mapy, odległość bliska i jeżeli punkt (działo), do którego mierzymy odległość, niewidoczny z naszego punktu stania (p. obserw.). Czwarty sposób — możliwy wówczas, gdy z punktu obserwacyjnego widać działo. Ponieważ, jak mówiliśmy, odległości F są względnie małe (poniżej 1 km), to błąd prawdopodobny wyniesie zaledwie 0,5% i mniej.

Piąty sposób — na porządku dziennym — można uważać za zwykły, z wyjątkiem, oczywiście, tych wypadków, gdy nie można nanieść na mapę końców odległości F. Ponieważ odległości ok. 1 km, zatem względnie małe, przyjmuję błąd duży — 5%. Przy zastosowaniu szóstego sposobu przyjmujemy błąd prawdopodobny jako 10%, gdyż odległości rzadko przekraczają 1 km. [27])

Ustaliwszy w taki sposób błędy prawdopodobne (względne) przy różnego rodzaju pomiarach x i F, możemy zestawić je przejrzyście w jedną tabelę, pamiętając w myśl wz. (80), iż

$$\varepsilon_p = \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_F^2}$$

Przy pomocy tego wzoru otrzymaliśmy liczby tabeli 5.

Nim przystąpimy do wyciągnięcia wniosków z tej tabeli, musimy zauważyć i podkreślić, iż podane są w niej błędy prawdopodobne ε_p, wyrażone w procentach rozwarcia istotnego. Mamy więc przy dużej ilości zastosowań wzoru $p = \frac{F}{D}$ prawdopodobieństwo 0,50

[26]) Marchand tamże a także Mikeładze l. c. str. 18. Wg. Niesiołowskiego l. c. 467 błąd prawdop. wynosi ok. 3% odległości (= 5 . 0,6745%).

Szczegóły o pomiarze odległości krokami: W. Jordan „Handbuch d. Vermessungskunde" T. II. str. 80 (wyd. 1914 r.). Dawna instrukcja strzelania artyl. niem. „Schiessvorschrift für die Feldartillerie" Berlin 1914 § 253 radzi nawet tę odległość zmierzyć, galopując na koniu („abgaloppieren").

[27]) Jeżeli chodzi o sposób pierwszy i trzeci, należy zauważyć, iż zazwyczaj nasz punkt stania (p. obs.) i działo, do którego odległość mierzymy, nie znajdują się na jednakowym poziomie. Zatem odległość zmierzona będzie się różniła od topograficznej wielkości F i to tem bardziej, im większa różnica wzniesień działa i punktu obserwacyjnego, t. j. im większe pochylenie terenu. Przyjmijmy największe nachylenie w Polsce jako 10^0 — 15^0, wyłączając „góry wysokie". (Lewakowski „Terenoznawstwo i kartografja wojskowa". Warszawa 1920 str. 56—7; 60). Ponieważ F topograficzne, jako rzut f, zmierzonego w terenie wynosi $F = f \cos \delta$, gdzie δ kąt nachylenia terenu, to błąd przy przyjęciu f zamiast F wyniesie: $a = f - f \cos \delta = f\ (1 - \cos \delta)$, co dla kątów 10^0 — 15^0 równa się $a_{10} = f\,(1 - 0{,}985) = f\,.\,0{,}015$ t. k. ok. $+ 1{,}5\%$; $a_{15} = f\ (1 - 0{,}966) = f\,.\,0{,}034$ t. j. ok. $+ 3{,}5\%$. Obydwa błędy zawsze dodatnie.

Tablica 5.

ε_p t. j. błędów prawdopodobnych względnych (w procentach) obliczenia rozwarcia zależnie od różnych sposobów pomiaru odległości F metrów oraz x metrów $= D$ km[27 bis].

Sposób pomiaru odległości x m $= D$ km	ε_x \ ε_p	Sposób pomiaru odległości F: Taśmą mierniczą 0	Dalmierzem 0,5%	Krokami 2%	Stadymetrycznie 3%	Z mapy 5%	Na oko 10%
		1	2	3	4	5	6
Dalmierzem	1%	1	1,1	2,2	3,2	5,1	10,05
	5%	5	5,01	5,4	6	7,1	11,2
Z mapy	2%	2	2,1	2,8	3,6	5,4	10,2
	5%	5	5,01	5,4	6	7,1	11,2
Na oko	10%	10	10,01	10,2	10,4	11,2	14,1
	20%	20	20,02	20,1	20,2	20,6	22,4

iż błędy względne rozwarcia nie przekroczą liczb, podanych w tabeli (i takie same prawdopodobieństwo że je przekroczą). Jak wynika ze skali błędów (rys. 5) z jeszcze większem prawdopodobieństwem (równem 0,82), możemy się spodziewać, iż błędy w obliczeniu rozwarcia nie przekroczą wartości dwa razy większych od podanych w tabeli 5. O tem trzeba pamiętać, rozpatrując tę tabelę. Wobec tego błędy podane w tej tabeli są tylko miarą możliwych błędów, mniejszą od błędów największych cztery razy (praktycznie).

Z rozpatrzenia tabeli 5 wynikają następujące wnioski. Błąd prawdopodobny rozwarcia w najgorszych warunkach (ocena x i F na oko) osiąga 22,4%. Jest to oczywiście, dokładność zbyt mała, to też ocena obu odległości na oko przy obliczeniu rozwarcia jest stanowczo niewystarczająca, gdyż w takim razie błędy w kierunku wypadną zbyt duże (prawdopodobieństwo 0,82, że błąd osiągnie ok. 45%). Możemy się zatem uciec do takiego sposobu jedynie w ostateczności.

Ocena jednej z odległości na oko, a drugiej przy pomocy mapy już jest dokładniejsza od sposobu poprzedniego. Pomiar obu odległości z mapy jest mniej więcej 3 razy dokładniejszy od oceny

[27 bis]) Dla porównania z błędami prawd. pomiaru odległości x i F podajemy, iż błąd prawdopodobny (względny) pomiaru odległości przy przygotowaniu dokładnem ogni wynosi w najgorszym razie 1% odległości. (Revue d'artillerie 1925. Styczeń — J. Courbis. „Précision des tirs...")

obu odległości na oko. Trudno sobie dziś wyobrazić w polu artylerzystę bez mapy, to też możliwość użycia tego sposobu jest prawie zawsze zapewniona. W tym wypadku można znacznie prędzej odczytać poprostu kąt p na mapie przy pomocy przenośnika celulojdowego, nie posługując się wzorem $p = \frac{F}{D}$. Błąd prawdopodobny rozwarcia powiększy się jednak dzięki błędowi prawdopodobnemu, jakim będzie obarczony pomiar kąta na mapie przenośnikiem.

Przy skierowaniu działa kierunkowego na dozór można będzie w tym wypadku uniknąć zupełnie stosowania wzoru rozwarcia, używając sposobu „przenośnika i mapy" albo „mapy i zdeklinowanego kątomierza". Przy pierwszym sposobie musimy mieć naniesione trzy punkty (dozór, działo kier., punkt celowania), a przy drugim tyłko dwa (działo kierunk. i dozór).

Porównanie rubryk 3 i 4 z 6 wskązuje na konieczność dokładnego pomiaru odległości F. Pomiar stadymetrycznie i krokami znacznie zmniejszył błąd rozwarcia w stosunku do oceny odległości F na oko. Z porównania rubryk 1 i 2 z 3 wynika, iż pomiar odległości F dalmierzem, a nawet taśmą mierniczą, mało stosunkowo polepsza wynik obliczenia w porównaniu do pomiaru F krokami, o ile odległośc x oceniono na oko. Wnioskujemy stąd, iż przy ocenie odległości x na oko pomiar odległości F krokami lub stadymetrycznie jest najzupełniej wystaraczający. Tabela 5 wskazuje wreszcie na to, iż niema sensu mierzyć jednej odległości dalmierzem, skoro się ocenia drugą na oko; dokładnoéć pomiaru dalmierzem zostaje zniweczona przez zbyt wielką niedokładność oceny odległości na oko[28]). Przy mierzeniu odległości x dalmierzem należałoby zmierzyć odległość F taśmą, o ile nie można dalmierzem.

Jeżeli chodzi o praktyczne zastosowania wzoru rozwarcia oraz różne sposoby pomiarów odległości x i F, to przedewszystkiem należy się liczyć z brakiem dalmierzy w baterjach.

Z tego powodu pozostaje nam do dyspozycji dziewięć następujących sposobów możliwych w praktyce. Ułożyliśmy je w porządku wzrastania błędu prawdopodobnego. (tablica 6).

Porównajmy teraz wielkości błędów, otrzymanych w powyższej tabeli z wypadkowemi błędami, powstającemi wskutek niedokładności wzoru (6): $p = \frac{F}{D}$. W tym celu musimy raz jeszcze powrócić do tabeli 1 i wykonać następujące obliczenia.

Podzielmy błędy wypadkowe Δ_w, podane w tej tabeli przez odpowiednie rozwarcia istotne p_i. Otrzymamy wówczas błąd wypad-

[28]) Porównaj wniosek z dyskusji wz. (59).

Tablica 6.

L. p.	Sposób pomiaru odległości		Błąd prawdopodobny rozwarcia w procentach
	F metrów	*x* metrów = *D* kilometr.	
1	taśmą mierniczą	z mapy	2 — 5
2	krokami	„	2,8 — 5,4
3	stadymetrycznie	„	3,6 — 6
4	z mapy	„	5,4 — 7,1
5	na oko	„	10,2 — 11,2
6	krokami	na oko	10,2 — 20,1
7	stadymetrycznie	„ „	10,4 — 20,2
8	z mapy	„ „	11,2 — 20,6
9	na oko	„ „	14,1 — 22,4

kowy względny $\frac{\Delta_w}{p_i}$ t. j. ułamek, wyrążający jaką część p_i stanowi Δ_w. Pomnożywszy otrzymane ilorazy przez 100, otrzymamy błąd wypadkowy w procentach rozwarcia istotnego. Wyniki wykonanych obliczeń zapisaliśmy do rubryki 9 w tabeli 1.

Z rozpatrzenia tej rubryki wynika, że dla rozwarć, zawartych w granicach $0 < p_i < 300^t$, t. j. w warunkach zastosowań praktycznych wzoru (6); $p = \frac{F}{D}$, największy błąd wypadkowy dla rozwarć mniejszych od 40^t równa się co do wartości bezwzględnej ok. 1,9% odpowiedniego rozwarcia. Dla rozwarć większych błąd ten wypada znacznie mniejszy. Zatem największa wartość błędu względnego wskutek niedokładności wzoru (6) wynosi ok 1,9% rozwarcia.

W porównaniu do błędów względnych rozwarcia, wynikających z niedokładności pomiarów *F* i *D* (tabela 6) błąd 1,9% jest niewielki, tembardziej, iż jest, jak wiemy, bardzo prawdopodobne (prawdopodobieństwo równe 0,82), iż błędy wskutek złych pomiarów odległości *F* i *D* mogą być 2 razy większe od podanych w tabeli 6. A więc dokładność wzoru (6) $p = \frac{F}{D}$, jako takiego, jest najzupełniej wystarczająca dla praktyki w pobieżnem przygotowaniu ognia.

Wynika z tego, iż błędy popełniane przy obliczeniu rozwarcia wzorem $p = \frac{F}{D}$, są tylko w niewielkim stopniu spowodowane niedokładnością tego wzoru. Niedokładność ta, jak widać z rubryki 9. tabeli 1. nie ma w praktyce znaczenia. Główną natomiast przyczyną

tych błędów są stosunkowo duże błędy, zachodzące jednocześnie w pomiarach odległości *F* i *D*. Wartości względne błędów prawdopodobnych rozwarcia wskutek popełnianych błędów w pomiarach *F* i *D* podaliśmy w tabeli 6. Ażeby te dane były bardziej wymowne i przekonywające, przeliczyliśmy błędy względne tabeli 6. na bezwzględne, zakładając, iż rozwarcie wynosi określoną ilość *p* tysiącznych. Celem skrócenia obliczeń wykonaliśmy je tylko dla pięciu rozwarć, wynoszących 25, 50, 100, 200 i 300 tysiącznych. Mnożąc każde z tych rozwarć na liczby tabeli 6 i dzieląc iloczyn przez 100 otrzymaliśmy odpowiednie błędy prawdopodobne bezwzględne rozwarcia w tysiącznych. Wynik obliczeń podaje tabela 6 bis. Z wyjątkiem b. małych liczb pierwszego wiersza wszystkie inne są zaokrąglone do całkowitej liczby tysiącznych.

T a b l i c a 6 bis.

Rozwarcie istotne	Błędy prawdopodobne rozwarcia przy użyciu sposobu								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	T y s i ą c z n e					z w y k ł e			
25	$\frac{1}{2}$— 1	1— $1\frac{1}{2}$	1— $1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$— 2	$2\frac{1}{2}$— 3	$2\frac{1}{2}$— 5	$2\frac{1}{2}$— 5	3— 5	$3\frac{1}{2}$— $5\frac{1}{2}$
50	1— 3	1— 3	2— 3	3 — 4	5 — 6	5 —10	5 —10	6—10	9 —11
100	2— 5	3— 5	4— 6	5 — 7	10 —11	10 —20	10 —20	11—21	14 —22
200	4—10	6—11	7—12	11 —14	20 —22	20 —40	21 —40	22—41	28 —45
300	6—15	8—16	11—18	16 —21	31 —34	31 —60	31 —61	34—62	42 —67

Niejeden z czytelników, rozpatrując tabelę powyższą, będzie zapewne zdumiony dużemi naogół błędami prawdopodobnemi kierunku w praktycznych zastosowaniach wzoru rozwarcia. Liczby te tembardziej przemówią do świadomości naszej, gdy zauważymy, iż na zasadzie statystycznych opracowań wielu strzelań na poligonach francuskich, błąd prawdopodobny kierunku przy „dokładnem“ przygotowaniu ognia wynosi zaledwie jedną tysiączną [28 bis])

Z wymownych liczb tabeli 6bis wynika ważna wskazówka praktyczna i przestroga, ażeby przy użyciu wz. $p = \frac{F}{D}$ nie wymagać przesadnej dokładności kierunku np. przy skierowywaniu działa kierunkowego na dozór. Nieraz bowiem stawia się wymaganie, ażeby

[28 bis]) „Revue d'artillerie". Styczeń 1925. str. 91. J. Courbis „Précision des tirs"... Błędy kierunku są w tym wypadku „mierzone" ze stanowiska działa kierunkowego. Tyczy się to również i liczb tabeli 6 bis, o ile chodzi o zastosowania 2 rodzaju, jak również i uwag następnych.

w pobieżnem przygotowaniu ognia w każdym bez wyjątku poszczególnym wypadku, a więc i przy użyciu wzoru rozwarcia, skierowanie na dozór było wykonane z dokładnościa do 1—3 tys. Jeżeli przypomnimy sobie skalę błędów (rys. 5) to przeglądając tabelę 6 bis, dojdziemy do wniosku, że tak dokładne wyniki przy stosowaniu wzoru rozwarcia są czysto przypadkowe, szczególnie przy większych rozwarciach. Stawiając to zadanie uporczywie i kategorycznie żądamy w zastosowaniach wzoru rozwarcia dokładności, niemożliwej do osiągnięcia w większości wypadków skutkiem błędów w pomiarach odległości. Uważamy zatem, że skoro oficer, stosując wzór rozwarcia, osiągnie w poszczególnym wypadku błąd w kierunku, równy co do bezwzględnej swej wartości błędowi prawdopodobnemu, powinno się uważać takie skierowanie na dozór za zupełnie dobre. Jeżeliby chodziło o większą ścisłość w przygotowaniu pobieżnem, należy, o ile okoliczności pozwolą, zastosować takie sposoby skierowania na dozór, przy których nie używa się wzoru rozwarcia (są to, jak wiadomo, następujące sposoby: 1) „punkt celowania“, 2) „stosunek zmniejszenia“, 3) „mapa“, 4) „mapa i zdeklinowany kątomierz — busola“ i 5) „odnośna kierunku“).

Zapytajmy teraz zkolei, który z podanych w tabeli 6 i 6 bis sposobów pomiaru F i D należałoby polecić przy obliczeniu rozwarcia w pobieżnem przygotowaniu ognia zależnie od sytuacji taktycznej?

Na to pytanie tylko na zasadzie powyższych rozważań ogólnikowo odpowiedzieć jest dość trudno.

Istotnie, teorja analityczna może wyświetlić w naszem zagadnieniu tylko właściwości wzoru rozwarcia t. j. podać to, cośmy uskutecznili w rozdziałach 2 i 3. Przy wykorzystaniu danych statystycznych błędów pomiarowych teorja ta może ponadto wskazać ogólnikowo, jaki ze sposobów pomiaru F i D przy obliczaniu rozwarcia jest dokładniejszy, a jaki mniej dokładny, — są to rozważania rozdziału niniejszego, których wynik zestawiliśmy w tabelach 5, 6 i 6 bis. Teorja ta nie może wszakże przewidzieć zmiennych i różnorodnych okoliczności taktycznych, od których przedewszystkiem zależy sposób i potrzeba zastosowania wzoru $p = \frac{F}{D}$.

Szybkość w przygotowaniu ognia a jego dokładność, dokładność a szybkość, — oto dylemat, który rozwiązywać musi stale oficer artylerji, a który w odpowiedni sposób rozwiązać może tylko w konkretnych okolicznościach (warunki taktyczne, czas, teren, środki). Jak wiadomo, okoliczności te nie dadzą się ująć w szablon, dlatego też niepodobna zgóry przewidzieć, kiedy jaki sposób

pomiaru F i *D* należy stosować przy użyciu wzoru rozwarcia w pobieżnem przygotowaniu.

Nawiązując do tabeli 6 bis, pozwolimy sobie zauważyć na zakończenie, iż liczby te, tak wymownie charakteryzujące niedokładność kierunku w pobieżnem przygotowaniu ognia przy użyciu wzoru $p = \frac{F}{D}$, nie powinny podrywać zaufania do tego wzoru, gdyż, jak udowodniliśmy, nie wzór ten, dosyć ścisły, lecz błędne pomiary odległości *F* i *D* powodują tę niedokładność.

Ponieważ wogóle błędów w pomiarach nie możemy uniknąć, musimy przynajmniej zrobić wszystko, co leży w naszej mocy, by zwiększyć dokładność pomiarów. Staranne obchodzenie się z przyrządami kątomierczemi i sprawdzanie ich, doświadczenie, nabyte dzięki częstym ćwiczeniom w terenie, umiejętne, dokładne i szybkie wykonywanie obliczeń pamięciowych, staranność i uwaga, ułatwią osiągnięcie możliwej ścisłości. Gdyby jednak, wskutek błędów w pomiarach *F* i *D*, a więc błędów rozwarcia, wypadły nawet duże przypadkowo błędy w kierunku, nie powinno to zaskoczyć doświadczonego artylerzysty. Rzetelna obserwacja, szybka decyzja i energiczna poprawka kierunku usuną wkrótce w znacznej mierze błędy uzyskane z niedokładnego zastosowania wzoru na rozwarcie w pobieżnem przygotowaniu ognia.

(Dalszy ciąg nastąpi).

623.424 + 623.54

Ppłk. inż. JAKOWSKI KAZIMIERZ.

SPOSOBY OBLICZANIA ZAMKÓW DZIAŁOWYCH*).

z punktu widzenia ich wytrzymałości.

Wstęp.

Z punktu widzenia sposobu ładowania, lufy działowe dzielą się na dwie odrębne kategorje, a mianowicie: działa ładowane od strony wylotowej i działa ładowane od strony zamkowej; ten ostatni sposób wydaje się najbardziej naturalnym, to też pierwsi konstruktorzy armat już przed pięciu wiekami starali się zastosować go w najdawniejszych typach dział ówczesnej artylerji,—jednakowoż ówczesne środki przemysłowe, będące w dyspozycji wykonawców, były tak pierwotne, że nie dawały one możności zapewnienia przy strzale nietylko szczelności, ale nawet utrzymania w miejscu zamkniętego zamka; dlatego też myśl stworzenia dna lufy, stanowiącego jedną całość z rurą, a co zatem idzie wprowadzania ładunku i pocisku przez otwór wylotowy, prowadziła w owych czasach do bezsprzecznego ulepszenia. Jednakowoż z biegiem czasu postępy techniki pozwoliły urzeczywistnić w sposób należyty ruchome zamknięcia dna rury, co dało możność ładowania dział od strony zamka; i w konsekwencji — przez stworzenie w lufie stożków przejściowych oraz brózd zdolnych do prowadzenia przy strzale pocisku zapomocą plastycznych pierścieni wiodących — osiągnięcia bardziej regularnych wyników działania spalającego się prochu.

---

*) według źródeł francuskich: 1) Ing. principal de l'artillerie navale Pivetaud: „Cours de mécanismes de culasse"; 2) Ing. général de l'artillerie navale Jacob: „Résistance et constructions des bouches à feu." (wydanie r. 1920); 3) mjr. Ott: „Bouches à feu et culasses".

Z tego więc punktu widzenia, zadanie polegało na zbudowaniu mechanizmu zamkowego, zapewniającego zarówno należyte jego działanie, jako też i bezpieczeństwo oraz łatwość obsługi. Zamki dział nowoczesnych, niezależnie od ich systemu, winny więc odpowiadać następującym zasadniczym wymogom:

1-o zamek powinien posiadać dostateczną wytrzymałość własną, aby żadna z jego części nie otrzymywała odkształceń trwałych pod wpływem sił powstających przy strzale;

2-o zamek powinien być skonstruowany w ten sposób, aby nie mógł wpływać ujemnie na wytrzymałość lufy w stopniu powodującym niebezpieczeństwo rozzamkowania;

3-o poszczególne części mechanizmu zamkowego winny być dostatecznie wytrzymałe, aby uniknąć uszkodzeń przy częstem otwieraniu i zamykaniu zamka w czasie ognia szybkiego i długotrwałego;

4-o konstrukcja zamka winna wykluczać możność samoczynnego otwierania się zamka pod bezpośredniem działaniem ciśnienia gazów prochowych oraz pod wpływem drgań sprężystych;

5-o zamek winien dawać możność uzyskania zupełnego uszczelnienia dla gazów prochowych, to zn. gazy nie powinny móc przenikać między lufę, a zamek, gdyż z jednej strony przerywanie się gazów ku tyłowi stwarzałoby niebezpieczeństwo a co najmniej niewygodę dla obsługi, — z drugiej zaś gazy, przechodząc z dużą szybkością przez wąskie otwory, powodowałyby przedwczesne zniszczenie powierzchni, wzdłuż których odbywałby się ich ruch;

6-o mechanizm zamkowy powinien posiadać specjalne organa (bezpieczniki), zabezpieczające przed przedwczesnem odpaleniem oraz przed otwarciem zamka w razie wystrzału ze zwłoką;

7-o konstrukcja winna dawać możność szybkiego zamykania i otwierania zamka i nie stwarzać przyczyn do zacinania się;

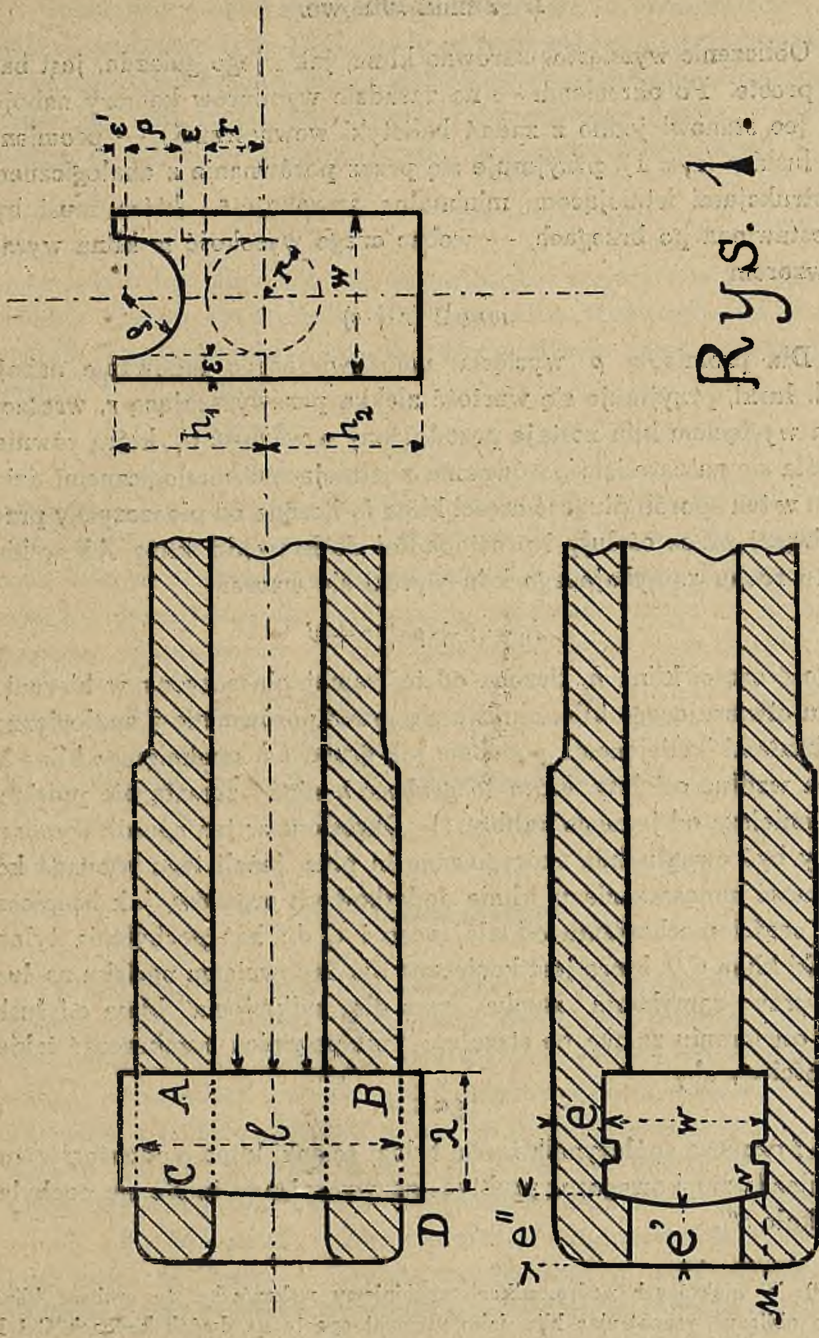
8-o czyszczenie i zamiana poszczególnych części składowych winna móc być uskuteczniana w sposób łatwy i nie wymagać dużej ilości specjalnych narzędzi.

Bezpośrednio ze sprawą wytrzymałości, bądź zamka, bądź jego gniazda w lufie, związane są punkty 1-o, 2-o i 3-o; nie wdając się w rozpatrywanie wytrzymałości poszczególnych drobnych części mechanizmu zamkowego, co byłoby niemożliwe, bez rozważania szczegółów konstrukcji wszystkich poszczególnych typów i wzorów zamków, tembardziej, że wymiary tych części są najczęściej określane przez względy inne, niż względy wytrzymałościowe, — zaznaczyć należy, iż punkty 1-o i 2-o przedstawiają się w sposób zasadniczo różny w stosunku do dwóch głównych systemów zamków, a mianowicie klinowych i śrubowych. Wpływ wywierany przez zamki jednego i drugiego systemu na wytrzymałość podłużną luf był szczegółowo rozpatrzony poprzednio, [1]) przyczem odnośne wnioski dają się zreasumować, jak następuje: zamek klinowy przekazuje swemu gniazdu naprężenia ciągnące, które są mniej więcej rozłożone równomiernie w całym przekroju gniazda, — z tego punktu widzenia jest więc on korzystnym, jednakowoż dotąd nie potrafiono jeszcze przy zamku klinowym urzeczywistnić konstrukcji praktycznej, zapewniającej udział zarówno elementu bandażowanego, jak i bandażującego w wytrzymałości przeciw rozzamkowaniu, wobec czego konstrukcja pozostaje na łasce ewent. miejscowych wad metalu, — co stanowi słaby punkt systemu klinowego; zamek śrubowy przekazuje swemu gniazdu wysiłki bardzo skomplikowane, które wyrażają się przedewszystkiem w siłach tnących (ślizganie) i które powodują w głębi pierwszego zwoju naśrubka gniazda zamkowego niebezpieczne odkształcenia, — z tego więc punktu widzenia zastosowanie śruby zamkowej jest niekorzystne, — natomiast w tym względzie urzeczywistniono takie konstrukcje, jak pośrednie naśrubki łącznikowe (viroles), które pozwalają na przekazywanie obsadzie sił podłużnych w sposób bardziej korzystny, oraz takie sposoby umieszczenia gniazda śruby, aby nie dopuścić do wyrwania tego ostatniego w razie pęknięcia tegoż.

Co się tyczy wreszcie punktu 1-o, to jest wytrzymałości własnej zamka przeciw działaniu sił powstających przy strzale, — to zadanie to jest również zasadniczo różne przy zastosowaniu bądź jednego, bądź drugiego z wyżej wymienionych dwóch systemów zamków; to właśnie zadanie rozpatrzone będzie w niniejszym artykule, w którym wskażemy sposoby określania zasadniczych wymiarów zamków, zarówno klinowych, jak i śrubowych, biorąc za podstawę względy wytrzymałościowe.

---

[1]) p. Przegl. Artyl. Nr. 12 (grudzień) r. 1927 str. 849—859.



Rys. 1

I. Zamki klinowe.

Obliczenie wymiarów zarówno klina, jak i jego gniazda, jest bardzo proste. Po określeniu — na zasadzie wymiarów komory nabojowej (co stanowi jedno z zadań balistyki wewnętrznej) — promienia dna łuski r (rys. 1), przyjmuje się przez porównanie z analogicznemi konstrukcjami istniejącemi minimalną szerokość ε, która musi być pozostawiona po brzegach, — wobec czego wysokość w klina wyrazi się wzorem

$$w = 2\ (r + \varepsilon)$$

Dla promienia ρ wycięcia, umożliwiającego ładowanie naboju wzgl. łuski, przyjmuje się wartość zlekka przewyższającą r, wreszcie poza wycięciem klin zostaje przedłużony o wartość ε', którą również określa się na zasadzie porównania z istniejącemi analogicznemi działami: w ten sposób długość części klina h_1 liczona od płaszczyzny przechodzącej przez oś lufy i prostopadłej do krawędzi klina AB w kierunku ruchu zamykającego klin wyrazi się wzorem

$$h_1 = r + \rho + \varepsilon + \varepsilon'$$

długość części klina h_2 liczona od tej samej płaszczyzny w kierunku ruchu otwierającego klin, określa się przez porównanie z analogicznemi działami istniejącemi, podobnie jak grubość λ zamkniętego klina liczona wzdłuż osi lufy, która to grubość λ nigdy zresztą nie powinna być mniejsza od jednego kalibra. [2]) Określone w ten sposób wymiary winny być ewentualnie skorygowane in plus, jeżeli tego wymaga konieczność umieszczenia w klinie dodatkowych organów, jak bezpieczniki, części mechanizmu odpalającego i t. d.; kąt pochylenia tylnej ścianki klina CD, które jest konieczne dla zapewnienia nacisku na łuskę przy zamykaniu zamka oraz dla „odklejenia" klina od łuski przy otwieraniu zamka po strzale, — nie powinien przekraczać takiej wartości α, aby

$$\operatorname{tg} \alpha \leqslant f$$

gdzie f oznacza spółczynnik tarcia tylnej ścianki klina o odnośną ściankę gniazda zamkowego; w praktyce zazwyczaj przyjmuje się pochylenie około 3°/₀.

---

[2]) W niektórych podręcznikach znajdujemy wskazówkę, że grubość klina można obliczyć, rozpatrując klin, jako pryzmat oparty na dwóch końcach C i D (rys. 1) i poddany równomiernie rozłożonemu ciśnieniu, — wydaje się to jednak zupełnie iluzorycznem, tembardziej, że pryzmat ten opiera się o gniazdo nietylko końcami C i D, ale i częścią tylnej ścianki, okalającą otwór ładowniczy.

Co się tyczy wymiarów gniazda klinowego, to dwie ścianki o długości l i grubości e (rys. 1) muszą przeciwstawić się podłużnemu ciśnieniu gazów prochowych $\pi R^2_0 P_0$, gdzie R_0 oznacza promień dna uszczelnienia (np. dna łuski), zaś P_0 najwyższe ciśnienie gazów w przewodzie; w ściankach tych powstaje więc naprężenie jednostkowe

$$t = \frac{\pi R_0^2 P_0}{2\, le} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

które winno być mniejsze, niż dopuszczalne naprężenie BE, gdzie E oznacza granicę sprężystości metalu gniazda klinowego, zaś B spółczynnik bezpieczeństwa, dla którego w danym razie przyjmuje się wartość $\leqslant {}^1/_4$, a więc

$$\frac{\pi R_0^2 P_0}{2\, le} \leqslant \frac{E}{4} \text{ czyli } e \geqslant \frac{2 \pi R_0^2 P_0}{E\, l}$$

Grubość e' (rys. 1) tylnej ścianki gniazda klina w płaszczyźnie poziomej, przechodzącej przez oś lufy przyjmuje się zazwyczaj równą grubości ścianek e; grubość e'' tylnej ścianki w przekroju MN winna zresztą być dostateczną dla skutecznego przeciwstawienia się wysiłkowi tnącemu, powstającemu w odnośnych przekrojach, — co daje warunek

$$z = \frac{\pi R_0^2 P_0}{2\, le''} \leqslant 0{,}8\, t \quad . \; . \; . \; . \quad (2)$$

zaś porównanie wzoru (1) i (2) prowadzi do wniosku

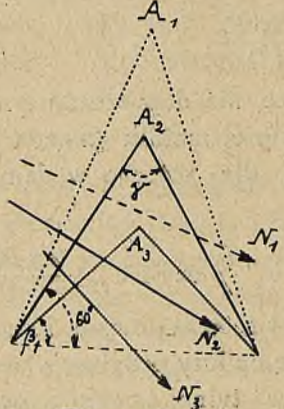
$$e'' \geqslant 1{,}25\, e.$$

II. Zamki śrubowe.

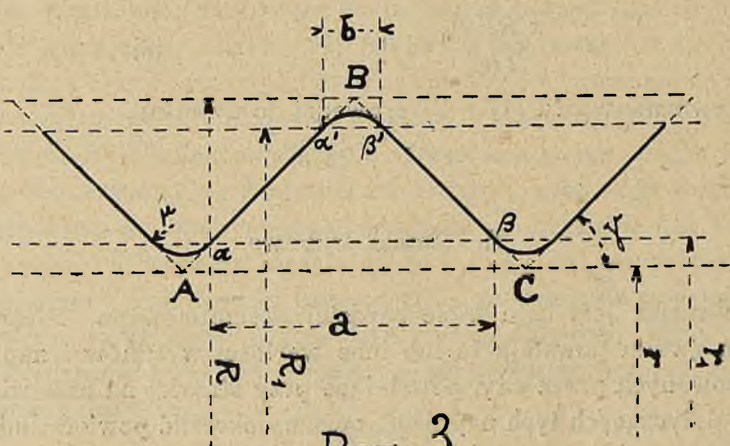
Obliczenie jest tu o wiele bardziej skomplikowane: zależnie od kształtu gwintu powstają te lub inne wartości wysiłków i naprężeń, spowodowanych przez siły, powstające przy strzale; na zasadzie rozważań, dotyczących tych naprężeń, musimy określić powierzchnię styku gwintów śruby z gwintami naśrubka gniazda zamkowego, oraz ilość zwojów gwintu; wreszcie rzeczą kapitalną dla należytego działania zamka śrubowego jest kwestja luzów między gwintami śruby a gniazda.

1) *Kształt gwintu.*—Zwojom gwintu—w przekroju, przechodzącym przez oś śruby, — dawano zawsze kształt trójkąta, gdyż przy przekroju tym uzyskuje się większą powierzchnię roboczą styku gwintów śruby z gwintami naśrubka gniazda śrubowego, aniżeli przy profilu kwadratowym; stosuje się obecnie t. zw. „profil symetryczny", to

znaczy, iż trójkąt tworzący ma kształt trójkąta równoramiennego, ponieważ ten ostatni kształt przy danej wartości podstawy i danej wysokości trójkąta daje największy kąt u wierzchołka, co jest potrzebne dla ochronienia się przed możnością powstawania szczelin w głębi zwo-



Rys. 2.



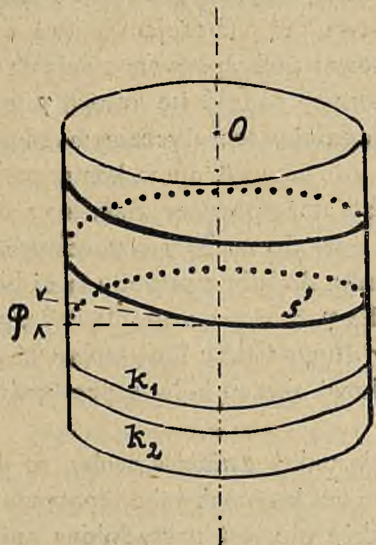
Rys. 3.

jów gwintów; w tym też celu wierzchołki zarówno kątów wychodzących, jak i wchodzących zostają zaokrąglone, jak wskazuje rys. 3

Celem zwiększenia wytrzymałości zwojów gwintu przez zwiększenie powierzchni roboczej styku, korzystnem jest zwiększać kąt β_1 u podstawy trójkąta tworzącego (rys. 2); jednakowoż kąt β_1 nie może być zbyt duży, gdyż jak wskazuje rys. 2 — dla $\beta_1 > 60^0$ wypadkowa

reakcyj normalnych gwintu naśrubka na gwint śruby wychodzi poza podstawę trójkąta tworzącego, wobec czego gwinty śruby muszą pracować niezależnie od jej trzona, co pogarsza znacznie jej warunki wytrzymałościowe; prócz tego kąty wychodzące i wchodzące, jak γ na rys. 2, zmniejszają się zbytnio, stwarzając niebezpieczeństwo powstawania szczelin w głębi gwintów, wreszcie moment gnący, który daje siła N w stosunku do podstawy staje się zbyt duży; dla przyczyn powyższych nie jest korzystnem przekraczać dla kąta β_1 wartości 45°; zazwyczaj przyjmuje się

$$40^0 < \beta_1 < 45^0$$



Rys. 4.

Z punktu widzenia utrzymania zamka w jego gnieździe przy strzale, — zwoje, utworzone przez trójkąt tworzący, mogłyby być umieszczone na powierzchni trzona w płaszczyznach prostopadłych do jego osi, t. j. wzdłuż okręgów kół, jak k_1, k_2.... na rys. 4 (pod warunkiem oczywiście stworzenia możności zamykania i otwierania zamka przez stworzenie na trzonie np. szczebli wycinków gładkich i wycinków zwojowych), w którym to razie zamek nie posiadałby śruby we właściwem tego słowa znaczeniu: jednakowoż zachodzi konieczność nadania zwojom pewnego pochylenia w stosunku do płaszczyzny prostopadłej do

osi śruby, a to w tym celu, aby już przy zamykaniu zamka otrzymać oparcie tylnych ścianek zwojów zamka na przednich ściankach zwojów gniazda zamkowego, gdyż w przeciwnym razie — na skutek luzu koniecznego między zwojami zamka a zwojami gniazda dla umożliwienia działania mechanizmu zamykającego powstawałyby w chwili strzału silne zderzenia się zwojów zamka i gniazda, a stąd możliwość zbijania i uszkodzenia odnośnych powierzchni oraz zacinania się zamka; doprowadziło to do konieczności nadania zwojom zamka pewnego nachylenia φ w stosunku do płaszczyzny prostopadłej do osi trzona, a więc umieszczenia zwojów wzdłuż linji śrubowej *ś*, która tworzy z podstawą cylindra kąt φ (rys. 4); ten kąt pochylenia φ winien być dość mały, aby nie stwarzać niebezpieczeństwa samoczynnego odkręcania się śruby zamkowej pod wpływem ciśnienia gazów prochowych; wartość, którą w praktyce nadaje się kątowi φ jest o wiele mniejsza, niż ta, która odpowiadałaby teoretycznie możności zaistnienia w. w. odkręcania się śruby, a to ze względu na konieczność liczenia się z tem, iż odkręcanie się śruby może powstać nietylko z powodu ciśnienia gazów, lecz również z powodu ruchów względnych, które może otrzymywać śruba w stosunku do lufy z powodu swej bezwładności; zazwyczaj przyjmuje się dla φ wartość około $1^0\,10'$, czyli $\cos\varphi = 0{,}9998$, wobec czego możemy długość łuku linji śrubowej przyjąć jako prawie równą odnośnemu łukowi okręgu koła w przekroju cylindra prostopadłym do osi śruby.

Co się tyczy kierunku gwintów śruby, to dawniej uważano za wskazane przyjmować ten kierunek jako identyczny do kierunku gwintów w lufie, co wszakże nie jest uzasadnione ani z punktu widzenia praktycznego, ani teoretycznego, gdyż analiza drgań, powstających przy strzale, wykazuje, że — bez względu na kierunki gwintów w lufie i na śrubie zamkowej — ta ostatnia będzie miała dążność do odkręcania się w chwili strzału nietylko pod ciśnieniem gazów prochowych, ale również na skutek ruchu względnego śruby, wywołanego przez reakcje, powstające między lufą a łożem, [3]) co powoduje konieczność zaopatrzenia zamków śrubowych w specjalne organa zabezpieczające przed samoczynnem odkręcaniem się śruby (np. zapadki).

Jeżeli trójkąt *A B C* (rys. 3) będzie trójkątem tworzącym, przyczem wierzchołki kątów wchodzących i wychodzących będą zaokrąglone łukami o promieniach, jak μ (rys. 3), to odcinek $\alpha\alpha'$ będzie od-

---

[3]) ing. gen. Jacob: „Résistance et construction des bouches à feu", tom II, str. 73 — 75.

powiadał tej części boku trójkąta, która tworzy powierzchnię roboczą, t. j. powierzchnię styku śruby z jej gniazdem, przekazującą temu ostatniemu ciśnienie gazów prochowych; w takim razie przekrój każdego zwoju wzdłuż płaszczyzny przechodzącej przez oś śruby, może być upodobniony do trapezu $\alpha\alpha'\beta'\beta$ jeżeli wreszcie przyjmiemy, iż podstawa AC tegoż trójkąta równa się skokowi śruby p, to, — jak wskazuje rys. 3, — będziemy mieli

$$a = \alpha\beta = p - 2\mu \sin\gamma \quad . \quad . \quad (3)$$

$$b = \alpha'\beta' = 2\mu \sin\gamma \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

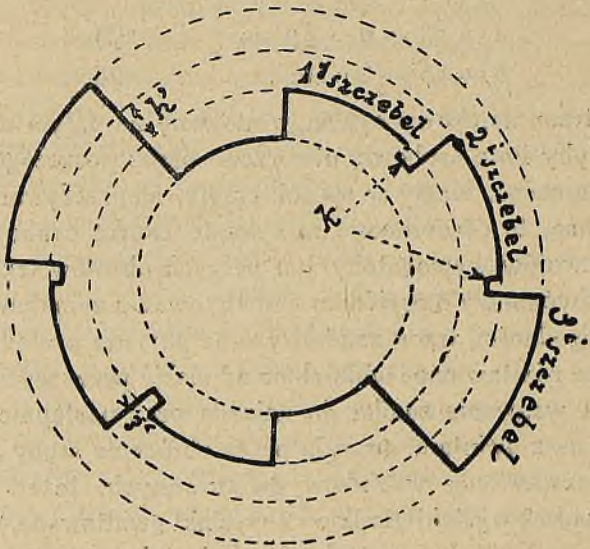
Gdyby trzon zamkowy był nagwintowany na całym swym obwodzie, t. j. gdyby linje śrubowe, utworzone przez poszczególne punkty trójkąta tworzącego, biegły w sposób ciągły, nieprzerywany na danej długości trzona, to otwieranie i zamykanie zamka śrubowego posiadającego n zwojów wymagałoby [4]) n pełnych obrotów trzona, a więc nie mogłoby być mowy o szybkiem manewrowaniu zamkiem; aby uniknąć tej niedogodności, trzon zamkowy oraz gniazdo posiadają wycinki nagwintowane rozstawione i oddzielone od siebie przez wycinki gładkie, co umożliwia wsuwanie zamka do gniazda oraz następnie zazębienie gwintów trzona z gwintami gniazda przez obrócenie śruby o kąt odpowiadający rozstawieniu wycinków gwintowanych; jeżeli np. zamek śrubowy posiada 2 wycinki gładkie i 2 wycinki gwintowane, to kąt obrotu będzie wynosił 90°, jednakże konstrukcja taka zmniejsza o połowę powierzchnię roboczą, t. j. powierzchnię styku śruby i gniazda, a więc długość gwintowanej części trzona zamkowego będzie musiała być dwa razy większa, niż w teoretycznym wypadku linji śrubowej nieprzerywanej, t. j. trzona nagwintowanego na całym obwodzie; ponieważ kąt pochylenia śruby φ, jak widzieliśmy uprzednio, jest bliski do $1^0 10'$, co odpowiada $\cos\varphi = 0{,}9998$, — więc możemy przyjąć w przybliżeniu, że taki trzon o 2 wycinkach gładkich i 2 wycinkach gwintowanych oraz o n zwojach śrubowych, posiada ogólną długość linji śrubowej równą długości $\frac{n}{2}$ zwojów kołowych nieprzerywanych.

Celem zmniejszenia długości trzona zamkowego, (a co za tem idzie ciężaru zamka) bez znacznego zmniejszenia powierzchni roboczej, stosowane są zamki systemu Welin'a, posiadające t. zw. wycinki szcze-

---

[4]) jeżeli gwint jest „pojedyńczy", to jest jeżeli podstawa trójkąta tworzącego równa się skokowi linji śrubowej.

blowe (rys. 5); poszczególne szczeble mają tu jednakowe trójkąty tworzące, a więc jednakową wysokość h', przyczem linje śrubowe w poszczególnych szczeblach mają jednakowy skok, lecz różne kąty pochylenia φ (z powodu różnicy w promieniach szczebli); jeżeli zamek taki, jak na rys. 5 ma trzy szczeble, to kąt obrotu przy zamykaniu wzgl. otwieraniu będzie wynosił 45°; stosunek powierzchni nagwinto-



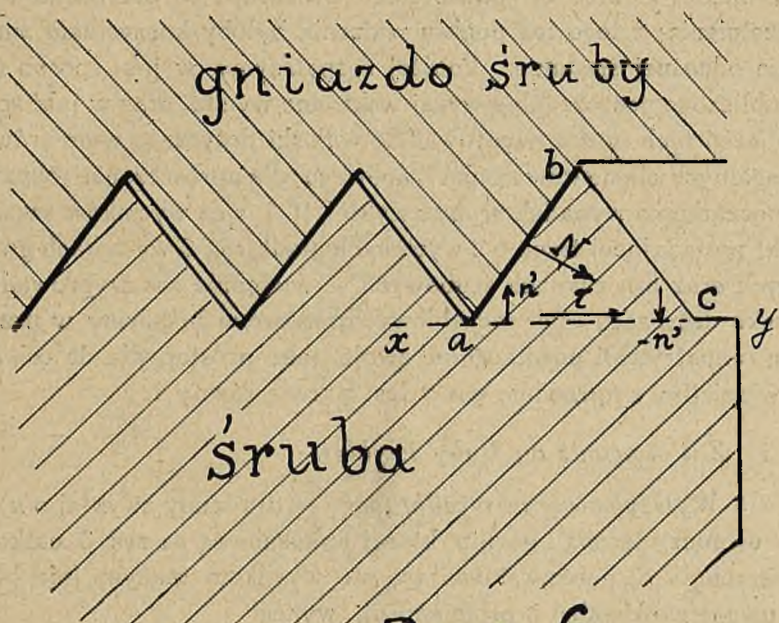
Rys. 5.

wanej do powierzchni całkowitej wynosi tu $^3/_4$ (nie biorąc pod uwagę powierzchni odpowiadającej rowkom k); mówiąc ogólnie, jeżeli śruba Welin'a ma N szczebli, oraz n zwojów, to kąt obrotu wyniesie $\frac{\pi}{N+1}$ stosunek powierzchni nagwintowanej do powierzchni całkowitej będzie $\frac{N}{N+1}$, zaś w każdym szczeblu ogólna długość linji śrubowej będzie równą długości około $\frac{n}{N+1}$ zwojów nieprzerywanych kołowych o promieniu odpowiadającym danemu szczeblowi. [5]) Ażeby umożliwić

[5]) Należy wszakże uczynić pewne zastrzeżenia co do zmniejszania długości trzonu nawet przy zachowaniu niezmniejszonej powierzchni roboczej, gdyż zarówno

wycofanie narzędzia przy obróbce śruby, koniecznem jest pozostawienie rowków *k* (rys. 5) idących wzdłuż tworzących pomiędzy poszczególnemi szczeblami; rowki takie mają zazwyczaj około 10 mm szerokości.

2. *Wysiłki.*—Jeżeli będziemy rozpatrywali powierzchnię śruby zamkowej, stykającą się z powierzchnią naśrubka gniazda śrubowego, to pierwsza przekazuje drugiej ciśnienie podłużne gazów prochowych, wobec czego w gwintach śruby powstają wysiłki następujące (rys. 6):



Rys. 6.

a) naprężenie tnące, dążące do odcięcia zwojów gwintu od trzona śruby; w przekroju, przechodzącym przez oś śruby (rys. 6), będzie to np. naprężenie τ, dążące do ścięcia zęba *abc* wzdłuż podstawy *xy*;

b) moment gnący, dający parę sił (naprężeń) (n',—n'), która dąży do odłamania zęba w podstawie *xy*;

---

długość śruby, jak i jej promień, zwiększają masę takowej, co stanowi okoliczność dogodną z punktu widzenia wytrzymałości, gdyż zmniejsza intensywność uderzeń śruby o gniazdo zamkowe w chwili wybuchu gazów prochowych; korzyści, wynikające ze zwiększenia wymiarów śruby wskazane były na str. 856—859 Nr. 12 (grudzień) r. 1927 „Przeglądu Artyleryjskiego"; natomiast to zwiększenie wymiarów stwarzać może trudności przy manewrowaniu zamkiem.

c) naprężenie ściskające N na stykającej się z naśrubkiem powierzchni, jako skutek bezpośredniego nacisku śruby na naśrubek.

Analogiczne wysiłki powstają w zębach gwintu naśrubka gniazda zamkowego; ponieważ wszakże granica sprężystości metalu śruby jest zazwyczaj mniejsza, niż granica sprężystości metalu lufy, odnośne obliczenia wytrzymałościowe dotyczą nie naśrubka, ale śruby. Wielkość tych wysiłków jest rzecz prosta, zależną od najwyższego ciśnienia jednostkowego w przewodzie oraz od powierzchni, na którą działa to ciśnienie, a więc od powierzchni przekroju w płaszczyźnie dna uszczelnienia; z tego też punktu widzenia byłoby korzystnem zmniejszenie odnośnej średnicy. Poniżej rozpatrzymy, w jaki sposób mogą być obliczone poszczególne wyżej wskazane wyniki, oraz w jaki sposób z obliczeń tych można wyprowadzić wnioski dotyczące wymiarów poszczególnych elementów zamka śrubowego; dla uproszczenia rozpatrzymy początkowo wypadek śruby zwykłej (t. j. wez wycinków szczeblowych) posiadającej trzon o 2 wycinkach gładkich i 2 wycinkach gwintowanych oraz o n zwojach śrubowych, — następnie zaś wyprowadzimy wnioski, dotyczące śrub szczeblowych; wreszcie będziemy w przybliżeniu rozpatrywali poszczególne zwoje, jako prostopadłe do osi, gdyż jak widzieliśmy uprzednio cos φ jest prawie równy 1.

3. *Zastosowanie do śruby zwykłej:*

a) *Wytrzymałość na wysiłki tnące* — dla śruby zwykłej o n zwojach, wymiary trzona i gwintu której wskazane są na rys. 3, całkowita powierzchnia S_t, przeciwstawiająca się wysiłkom tnącym (nie biorąc pod uwagę zaokrągleń o promieniu μ); wynosi

$$S_t = 2\,\pi\, r_1\, \frac{n}{2}\, a$$

Jeżeli oznaczymy przez ρ promień dna uszczelnienia, a przez P_0 najwyższe ciśnienie w przewodzie, to całkowity najwyższy wysiłek podłużny wywołany przez gazy prochowe wyniesie $\pi \rho^2 P_0$; oznaczając przez B spółczynnik bezpieczeństwa, a przez E granica sprężystości metalu śruby, oraz przyjmując, że najwyższe dopuszczalne naprężenie tnące τ nie może przekraczać czterech piątych ($^4/_5$) najwyższego dopuszczalnego naprężenia normalnego, będziemy mieli

$$\tau \leqslant 0{,}8\ B E$$

skądinąd $$\tau \times S_t = \pi\, \rho^2 P_0$$

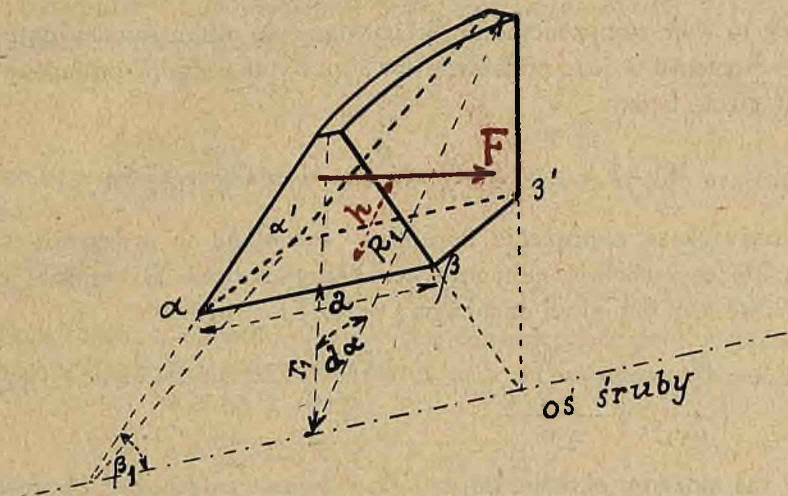
czyli $$r_1\, n\, a\, \tau = \rho^2 P_0$$

i $$r_1\, n\, a \times 0{,}8\, B E \geqslant \rho^2 P_0$$

stąd zaś możemy określić najmniejszą dopuszczalną ilość zwojów n_t konieczną dla należytego przeciwstawienia się wysiłkom tnącym:

$$n_t \geqslant \frac{P_0}{0{,}8\ BE} \times \frac{\rho^2}{r_1\ a} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

b) *Wytrzymałość na gięcie.*—Wyobraźmy sobie dwie płaszczyzny, przechodzące przez oś śruby i tworzące ze sobą kąt $d\alpha$ (rys. 7);



Rys. 7.

element zwoju gwintu śruby zawarty między temi płaszczyznami, poddany jest w chwili najwyższego ciśnienia gazów wysiłkowi podłużnemu:

$$F = \pi \rho^2 P_0 \frac{d\alpha}{2\pi} \times \frac{1}{\left(\frac{n}{2}\right)} = \rho^2 P_0 \frac{d\alpha}{n} \quad \ldots \quad (6)$$

w założeniu, iż nacisk na powierzchnię roboczą śruby jest równomiernie rozłożony na całej tej powierzchni; w takim razie możemy uważać, iż wysiłek F będzie przyczepiony do środka ciężkości powierzchni roboczej rozpatrywanego elementu, którą to powierzchnię roboczą dla dostatecznie małej wartości kąta $d\alpha$ możemy asymilować do powierzchni trapezu; w tych samych warunkach (bardzo mała wartość kąta $d\alpha$) możemy asymilować powierzchnię walcową $\alpha\alpha'\beta'\beta$, na której

osadzony jest w trzonie rozpatrywany element, jako płaszczyznę; wspomniana siła F jest równoległą do osi śruby, a zatem równoległą i do $\alpha\beta$ oraz płaszczyzny $\alpha\alpha'\beta'\beta$; w takim razie (jak wskazuje rys. 7) zastosowanie wzoru, dotyczącego środka ciężkości powierzchni trapezu, pozwoli określić odległość h siły F od płaszczyzny $\alpha\alpha'\beta'\beta$; jako

$$h = \frac{R_1 - r_1}{3} \times \frac{2R_1 + r_1}{R_1 + r_1}$$

h jest to więc ramię momentu, który dąży do odłamania rozpatrywanego elementu w jego podstawie $\alpha\alpha'\beta'\beta$; wynika stąd, że odnośny moment gięcia będzie

$$M = F h = \rho^2 P_0 \frac{d\alpha}{n} \times \frac{R_1 - r_1}{3} \times \frac{2R_1 + r_1}{R_1 + r_1},$$

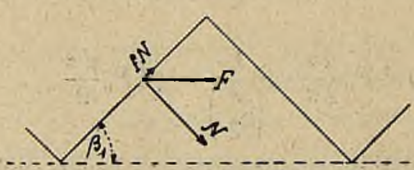
zaś największe naprężenie normalne, wywołane w przekroju $\alpha\alpha'\beta'\beta$ (dla którego wartość momentu bezwładności oraz największej odległości od linji obojętnej oznaczymy przez I i v) będzie

$$n' = \frac{M}{\left(\frac{I}{v}\right)} = \frac{M}{\left(\frac{a^2 \times r_1\, d\alpha}{6}\right)} = \frac{2\rho^2 P_0 (R_1 - r_1)(2R_1 + r_1)}{n(R_1 + r_1)\, r_1\, a^2} \leqslant BE$$

stąd zaś możemy określić najmniejszą dopuszczalną ilość zwojów n_g, konieczną dla należytego przeciwstawienia się wysiłkom gnącym:

$$n_g \geqslant \frac{2\rho^2 P_0 (R_1 - r_1)(2R_1 + r_1)}{BE(R_1 + r_1)\, r_1\, a^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

c) *Wytrzymałość na ściskanie.*—Przy obliczaniu wysiłku ściskającego, koniecznem jest przyjmować pod uwagę efekty tarcia; jeżeli F



Rys. 8.

(rys. 8) oznacza wysiłek podłużny w danym punkcie powierzchni roboczej śruby, i jeżeli oznaczymy przez f spółczynnik tarcia, to dla określenia odnośnego wysiłku N prostopadłego do powierzchni, będziemy mieli, jak wskazuje rys. 8:

$$F = N \cos (90^0 - \beta_1) + fN \cos \beta_1$$

$$\text{czyli } N = \frac{F}{\sin \beta_1 + f \cos \beta_1}$$

uwzględniając wzór (6) będziemy mieli w założeniu rys. 7:

$$N = \frac{1}{\sin \beta_1 + f \cos \beta_1} \times \rho^2 P_0 \frac{d\alpha}{n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Powierzchnia robocza elementu, przedstawionego na rys. 7 (t. j. powierzchnia na którą działa siła F), wynosi

$$\sigma = \frac{(R_1 - r_1)(R_1 + r_1)}{2} \times \frac{d\alpha}{\sin \beta_1},$$

a więc naprężenie ściskające jednostkowe wyniesie na powierzchni roboczej

$$n'' = \frac{N}{\sigma} = \rho^2 P_0 \frac{d\alpha}{n} \times \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_1 + f \cos \beta_1} \times \frac{2}{(R_1^2 - r_1^2)\, d\alpha} \leqslant BE$$

stąd zaś możemy określić najmniejszą dopuszczalną ilość zwojów n_s, konieczną dla należytego przeciwstawienia się wysiłkom ściskającym

$$n_s \geqslant \frac{2 \rho^2 P_0}{BE (R_1^2 - r_1^2)(1 + f \operatorname{cotg.} \beta_1)} \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

gdzie dla f można przyjąć wartość 0,2.

Wzory (5), (7) i (9) dają każdy najmniejszą dopuszczalną ilość zwojów, która konieczna jest z punktu widzenia danego rodzaju wysiłku; na zasadzie porównywania obliczonych w ten sposób wartości n_t, n_g i n_s wybieramy największą z nich i przyjmujemy ją definitywnie, jako ilość zwojów konieczną dla obliczanej śruby. Ponieważ dla kąta β_1 bliskiego do 45^0 stosunek $\frac{R_1 - r_1}{a}$ ma wartość bliską do jedności, będziemy mieli w większości wypadków [6])

$$n_g > n_t > n_s$$

4. *Zastosowanie do śruby szczeblowej.*—Powyższe obliczenia dają się z łatwością zastosować do śruby szczeblowej, o ile weźmiemy pod uwagę to, co było powiedziane w końcu p. 1 odnośnie rys. 5; w takim razie przy obliczaniu poszczególnych wysiłków i odpowiadającej im ilości zwojów należy przyjąć pod uwagę, że wartość a dla poszcze-

---

[6]) Ing. Pivetaud w „Cours de mécanismes de culasse" zaznacza, że dla bardzo dużych kalibrów może się zdarzyć $n_s > n_g$.

gólnych szczebli pozostaje stałą, natomiast wartości R_1 *i* r_1 zmieniają się, gdy przechodzimy od jednego szczebla do następnego; powtarzając rozważania wskazane w p. 3 w stosunku do poszczególnych szczebli i nie biorąc pod uwagę rowków *k* (rys. 5), otrzymamy dla śruby o N szczeblach:

a) zamiast wzoru (5) wzór

$$n_t \geqslant \frac{P_0}{0{,}8\ BE} \times \frac{\rho^2}{a\,(\Sigma r_1)} \times \frac{N+1}{2} \quad . \ . \ . \quad (5')$$

gdzie Σr_1 oznacza sumę N wartości r_1, odpowiadających każdemu z N szczebli;

b) zamiast wzoru (7) wzór

$$n_g \geqslant \frac{2\,\rho^2 P_0 (R_1 - r_1)(2\,R_1 + r_1)}{BE\,(R_1 + r_1)\, r_1\, a^2} \times \frac{N+1}{2N} \quad . \ . \ . \quad (7')$$

z którego, przyjmując dla R_1 i r_1 wartości, odpowiadające poszczególnym szczeblom,—otrzymamy największą wartość n_g, którą musimy wziąć pod uwagę dla porównania z n_t *i* n_s; będzie to wartość odpowiadająca najmniejszemu r_1. Jak widać z postaci wzorów (5') i (7') odnośne wartości dla śruby szczeblowej będą o wiele niższe, niż dla śruby zwykłej.

c) w tem, co dotyczy wytrzymałości na ściskanie, to odnośna ilość zwojów staje się zazwyczaj miarodajną dla śruby szczeblowej; w obliczeniu tem przyjmuje się pod uwagę rowki *k*, przyczem obliczenie upraszcza się przez wprowadzenie pojęcia całkowitej powierzchni roboczej gwintów, którą w przybliżeniu przyjmuje się, jako równą iloczynowi z długości roboczej l boku trójkąta tworzącego przez długość średniej linji śrubowej, uwzględniając że cos φ jest prawie równy 1; jeżeli oznaczymy przez R promień obwodu koła równego rozwinięciu średniej linji śrubowej w płaszczyźnie prostopadłej do osi śruby, i przez n ilość zwojów, to całkowita powierzchnia robocza gwintów wyniesie

$$\Sigma = 2\,\pi\, R\, l\, n \quad . \ . \ . \ . \ . \quad (10)$$

Jeżeli oznaczymy przez W ilość wycinków, a przez N ilość szczebli (rys. 5), to łuk odpowiadający każdemu wycinkowi w płaszczyźnie prostopadłej do osi, wyniesie $\frac{2\pi}{W}$ i w każdym szczeblu będziemy mieli $\frac{W}{N+1}$ wycinków nagwintowanych; jeżeli wreszcie oznaczymy przez R_t promień trzona śruby i przyjmiemy dla oznaczeń poszczególnych

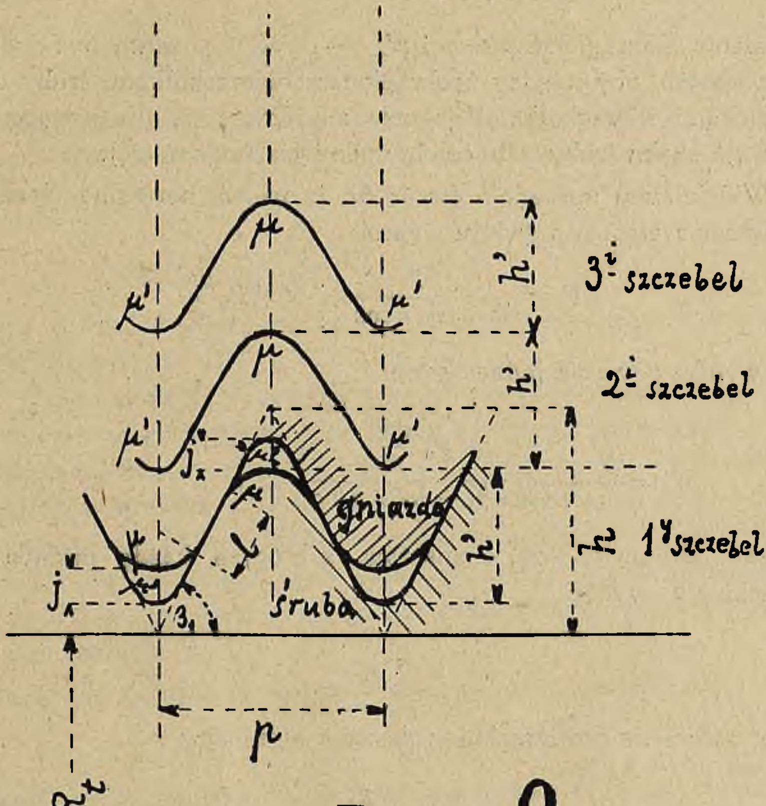
długości symbole wskazane na rys. 9, — to, biorąc pod uwagę rowki k, z których każdy posiada szerokość ε, otrzymamy długość rozwiniętą średniej linji śrubowej w poszczególnych szczeblach:

1-y szczebel $\frac{2\pi}{N+1}\left(R_t + \frac{h}{2}\right) - \varepsilon \frac{W}{N+1}$

2-gi szczebel $\frac{2\pi}{N+1}\left(R_t + \frac{h}{2} + h'\right) - \varepsilon \frac{W}{N+1}$

. . . .

. . . .



Rys. 9.

N-y szczebel $\frac{2\pi}{N+1}\left[R_t + \frac{h}{2} + (N-1)\ h'\right]$

Wynika stąd, iż całkowita długość rozwinięta w płaszczyźnie prostopadłej do osi wyniesie

$$2\pi R = \frac{2\pi N}{N+1}\left(R_t + \frac{h}{2}\right) + \frac{\pi N\,(N-1)}{N+1}\,h' - W\varepsilon\,\frac{N-1}{N+1}$$

stąd zaś [7])

$$R = \frac{N}{N+1}\left(R_t + \frac{h}{2} + \frac{N-1}{2}\,h'\right) - \frac{W\varepsilon}{2\pi}\cdot\frac{N-1}{N+1} \quad . \; . \quad (11)$$

skądinąd rys. 9 wskazuje, że

$$l = \frac{p}{2}\sec\beta_1 - 2\mu\,\mathrm{tg}\,\beta_1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (12)$$

$$h' = h - (\mu + \mu')\,(\sec\beta_1 - 1) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (13)$$

(promienie zaokrągleń kątów μ i μ' — rys. 9 — winny być dobrane w ten sposób, aby między zaokrąglonemi wierzchołkami śruby a zaokrąglonemi wierzchołkami gniazda znajdował się luz j wynoszący około 2% skoku śruby, a to celem uniknięcia zacinań się).

Widzieliśmy uprzednio (wzór 8), iż nacisk normalny N na powierzchnię σ elementu gwintu wynosi:

$$N = \frac{1}{\sin\beta_1 + f\cos\beta_1} \times \rho^2 P_0 \frac{d\alpha}{n}$$

skąd wynika ciśnienie jednostkowe

$$n'' = \frac{N}{\sigma} = \frac{\rho^2 P_0 \frac{d\alpha}{n}}{(\sin\beta_1 + f\cos\beta_1)\,\sigma} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (14)$$

ponieważ całkowita ilość elementów, z których każdy posiada powierzchnię σ wynosi

$$n\,\frac{\pi}{d\alpha}$$

a więc całkowita powierzchnia robocza ε wyniesie

$$\Sigma = n\,\frac{\pi}{d\alpha}\,\sigma$$

czyli

$$\sigma = \frac{\Sigma\, d\alpha}{\pi n}$$

---

[7]) dla śruby zwykłej mamy $\varepsilon = 0$; $N = 1$ a więc $R = \frac{1}{2}\left(R_t + \frac{h}{2}\right)$

podstawiając tę wartość σ do wzoru (14), i biorąc pod uwagę wzór (10), otrzymamy

$$n'' = \frac{\rho^2 P_0 \dfrac{d\alpha}{n}}{(\sin\beta_1 + f\cos\beta_1) \times \dfrac{\Sigma\, d\alpha}{\pi n}} = \frac{\pi \rho^2 P_0}{(\sin\beta_1 + f\cos\beta_1) \times 2\pi R l n} =$$

$$= \frac{\rho^2 P_0}{(\sin\beta_1 + f\cos\beta_1)\, 2 R l n}$$

to naprężenie ściskające n'' nie może przekraczać naprężenia bezpiecznego BE, więc:

$$\frac{\rho^2 P_0}{(\sin\beta_1 + f\cos\beta_1)\, 2 R l n} \leqslant BE$$

stąd zaś możemy określić dla śruby szczeblowej najmniejszą dopuszczalną ilość n_s, konieczną dla należytego przeciwstawienia się wysiłkom ściskającym.

$$n_s \geqslant \frac{\rho^2 P_0}{BE\, (\sin\beta_1 + f\cos\beta_1)\, 2 R l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9'),$$

w którym to wzorze należy zamienić R i l przez ich wartości, określone przez wzory (11) i (12).

5. *Dane i wskazówki praktyczne.*—Przez porównanie z istniejącemi analogicznemi konstrukcjami ustala się przedewszystkiem promień trzona R, biorąc pod uwagę, że zwiększenie promienia R zwiększa powierzchnię roboczą (która jest proporcjonalna do R), — jest więc korzystne z punktu widzenia wytrzymałości śruby, — lecz zwiększa również, i to w stopniu o wiele większym, ciężar zamka (proporcjonalnie do R^2), co utrudnia znacznie działanie zamka (szybkie otwieranie i zamykanie).

Dla kątów przyjmuje się zazwyczaj wartości następujące:

$$\varphi = 1^0\ 10' \qquad \beta_1 = 45^0$$

Określone w ten sposób wartości pozwalają obliczyć elementy trójkąta tworzącego, a mianowicie podstawę, równą skokowi

$$p = 2\pi R \operatorname{tg}\varphi = 0{,}125\, R \quad \text{dla } \varphi = 1^0\ 10'$$

oraz wysokość

$$h = \frac{p}{2} \operatorname{tg}\beta_1 = \frac{p}{2} \quad \text{dla } \beta_1 = 45^0$$

Promienie zaokrągleń μ i μ' ustala się zazwyczaj na zasadzie wzorów

$$\mu = \frac{p}{12}$$

$$\mu' = \frac{\mu}{2}$$

skąd wynika wartość luzu u wierzchołka

$$j = (\mu - \mu') (\sec \beta_1 - 1)$$

co dla $\beta_1 = 45^0$ i $\mu = \frac{p}{12}$ wyniesie około 2% p.

Wreszcie przyjmuje się szerokość rowka

$$s = 10 \text{ mm.}$$

oraz wartość spółczynnika tarcia

$$f = 0{,}2.$$

Dla spółczynnika bezpieczeństwa B wskazane byłoby przyjmować te same wartości co w wytrzymałości podłużnej ($<{}^1/_4$), jednakowoż Jacob [8]) podaje dla obliczenia ilości zwojów z punktu widzenia wytrzymałości wartość o wiele większą (35 kg/mm² dla metalu o granicy wytrzymałości $E = 45$ kg: mm², czyli $^7/_9$). Po określeniu w sposób podany w p. p. 3 i 4 najmniejszej dopuszczalnej ilości n zwojów, odnośną liczbę zaokrągla się do jedności w górę (np. przyjmuje się $n = 12$, jeżeli obliczenie daje $n = 11{,}7$), poczem zwiększa się o jedynkę, licząc się z tem, że ostatni zwój nie przyjmuje udziału w wytrzymałości śruby; w ten sposób długość gwintowana trzona wyniesie

$$L = (n + 1)\, p$$

Wreszcie określa się z rysunku, wzgl. z porównania z analogicznemi konstrukcjami części gładkie trzona, potrzebne bądź dla umieszczenia poszczególnych części mechanizmu, bądź wskazane ze względu na wytrzymałość podłużną lufy. [9])

6. *Uwagi ogólne, dotyczące zamka śrubowego.*

W obliczeniach ilości zwojów gwinta śruby wychodziliśmy z założenia, iż ciśnienie jest równomiernie rozłożone na całej powierzchni roboczej wszystkich gwintów; dla możliwego urzeczywistnienia tej hi-

---

[8]) Ing. gen. Jacob: „Résistance et construction des bouches à feu" tom II str. 68.

[9]) p. „Przegląd Artyleryjski" Nr. 12 r. 1927 str. 856.

potezy koniecznem jest przedewszystkiem, aby kształty powierzchni gwintu śruby i gwintu naśrubka gniazda zamkowego były wzajemnie dopasowane możliwie najdokładniej zarówno z punktu widzenia skoku, jak i profilu gwintu; nacisk przekazywany winien być zasadniczo przez część środkową boku roboczego trójkąta tworzącego, gdyż w razie wytworzenia większego nacisku bliżej wierzchołka mogłyby powstać — na skutek mniejszej grubości w odnośnych miejscach — zbicia powierzchni i odkształcenia, powodujące trudności działania zamka; wynika z powyższego, iż nagwintowanie śruby i gniazda stanowi operację trudną, wymagającą bardzo dużej dokładności.

Hipoteza, o której mowa powyżej, przyjmuje również, iż wszystkie gwinty są obciążone jednakowo; w rzeczywistości jednak sprawa ma się inaczej. W chwili zapalenia się gazów prochowych śruba zamkowa zostaje przez ciśnienie gazów tych odrzuconą ku tyłowi, — jednakże z powodu swej bezwładności nie poddaje się ona bezzwłocznie temu ruchowi i jej część przednia otrzymuje pewne ściśnięcie sprężyste tak, iż nacisk śruby na gniazdo nie uskutecznia się odrazu na całej powierzchni roboczej, lecz tylko na powierzchni styku gwintów najbardziej wysuniętych ku przodowi; specjalnie zaś pierwszy zwój (t. j. ten, który znajduje się najbliżej komory nabojowej) znajduje się w położeniu najbardziej niekorzystnem, gdyż sam jeden wytrzymuje on w ciągu okresu czasu mniej lub więcej długiego, zależnie od stopnia progresywności prochu, całkowity wysiłek, przekazywany zamkowi przez gazy; jeżeli przy tem w pewnym punkcie tego zwoju wytrzymałość metalu zostanie przekroczona, to w punkcie tym powstanie zaczątek szczeliny, która przy dalszych strzałach zacznie rozpowszechniać się i doprowadzi do pęknięcia wzdłuż linji śrubowej w głębi pierwszego zwoju gwintu, jak o tem już była mowa w artykule poświęconym wytrzymałości podłużnej luf. [10])

Dla uniknięcia powyższego dawniej dawano — wzdłuż całego gwintu między śrubą a gniazdem zamkowem — luz zmienny, zwiększający się od tyłu ku przodowi tak, iż największy luz w pierwszym zwoju wynosił dla większych kalibrów około 0,4 mm; w ten sposób w chwili strzału zetknięcie się śruby z gniazdem miało początkowo miejsce na zwoju ostatnim tylnym (t. j. najdalszym od komory nabojowej), — następnie zaś pod działaniem odkształceń sprężystych uzyskiwały stopniowo zetknięcie inne zwoje w kolejności od tyłu ku przodowi; jedna-

---

[10]) p. „Przegląd Artyleryjski" Nr. 12 r. 1927 str. 858.

kowoż przy takiem rozwiązaniu kwestji najlżejsze zbicie powierzchni gwintów unicestwiały te z trudem wykonane luzy postępowe, ponowne urzeczywistnienie których było nadzwyczaj trudne. To też od r. 1898 we francuskiej artylerji morskiej zmieniono powyższy rozkład luzów, polecając nadawać luz zmienny i postępowy od tyłu ku przodowi tylko czterem pierwszym zwojom, tak aby takowe uzyskiwały zetknięcie z gniazdem dopiero wówczas, gdy pozostałe zwoje śruby zetkną się już z odnośnemi zwojami gniazda; w ten sposób w chwili najwyższego ciśnienia gazów prochowych obciążone są wszystkie zwoje, gdyż ściśnięcie sprężyste ostatnich zwojów kompensuje mniej więcej luzy pozostawione na tylnej powierzchni pierwszych; wynika z powyższego, iż w chwili najwyższego ciśnienia istnieje na przedniej powierzchni każdego zwoju gwintu śruby luz zmienny, równający się — dla wszystkich zwojów z wyjątkiem czterech pierwszych — ich własnemu ściśnięciu sprężystemu (nie biorąc pod uwagę luzu potrzebnego dla montażu), zaś dla czterech pierwszych zwojów — całkowitej wartości tego ściśnięcia, powiększonej o wartość luzu pozostawionego na tylnej ich powierzchni; zwoje tylne otrzymują więc największe odkształcenia sprężyste, zaś szanse pęknięć w głębi pierwszego zwoju naśrubka zamkowego są znacznie zmniejszone, jakkolwiek wszystkie zwoje naśrubka przyjmują równocześnie udział w wytrzymałości całości lufy.

W każdym bądź razie w praktyce obciążenie wszystkich zwojów nie jest w chwili strzału równomierne, co było niejednokrotnie stwierdzone przy próbnem strzelaniu; niektóre części powierzchni roboczej poddane są częstokroć wysiłkom bardzo znacznym, powodującym przekroczenie granicy sprężystości metalu, na skutek czego powstają nieznaczne odkształcenia trwałe, wymagające poprawek; lecz właśnie na skutek tych odkształceń nacisk zostaje ujednostajniony, gdyż w ten sposób rozprzestrzenia się on coraz bardziej na całą powierzchnię wszystkich zwojów; wspomniane odkształcenia trwałe przestają powstawać wówczas, gdy uzyska się definitywnie regularne i równomierne stykanie się całkowitych odnośnych powierzchni, pod warunkiem, rzecz prosta, aby wówczas metal śruby nie był obciążony powyżej swej granicy sprężystości.

Zakończenie.

Powyższe rozważania, dotyczące zamków klinowych i śrubowych, wskazują, że z punktu widzenia wytrzymałości swej zamki klinowe

są o wiele prostsze pod względem teoretycznym i zdają się wzbudzać pod tym względem większe zaufanie, niż śrubowe, tembardziej, że samo praktyczne wykonanie, urzeczywistniające hipotezy przyjęte za podstawę odnośnych obliczeń, jest w wypadku klina o wiele łatwiejsze i mniej problematyczne, niż w wypadku śruby. Jednakowoż wzgląd ten sam przez się nie może być uważany za decydujący, gdyż pozostałe (poza kwestją wytrzymałościową) względy, a zwłaszcza łatwość działania i utrzymania zamka, mogą w różnych wypadkach przemawiać na korzyść tego lub innego systemu, rozpatrzenie których to względów nie wchodzi jednak w zakres niniejszego artykułu.

662.231 + 662.35.

Inż. BERGER EUGENJUSZ.

METODY BADANIA STAŁOŚCI CHEMICZNEJ BAWEŁNY STRZELNICZEJ I PROCHÓW BEZDYMNYCH.

Konieczność przechowywania w składach wojskowych bardzo znacznych ilości materjałów wybuchowych zmusiła do zajęcia się sprawą ich *chemicznej stałości,* zagadnieniem ściśle związanem z bezpieczeństwem składów. W razie przechowywania materjałów wybuchowych o wątpliwej stałości zawsze liczyć się trzeba z możliwością samoczynnego ich rozkładu, co doprowadzić może do pożarów i groźnych wybuchów.

Pod względem stałości możemy podzielić materjały wybuchowe na dwie grupy. Do jednej z nich należą materjały wybuchowe kruszące. Są to przeważnie nitrozwiązki organiczne, które, dzięki współczesnym metodom wytwarzania, otrzymywane są w stanie dostatecznie czystym, gwarantującym możność przechowywania ich bez rozkładu, w ciągu praktycznie dowolnej ilości lat, oczywiście w odpowiednich warunkach.

Inaczej rzecz się ma z najważniejszą grupą materjałów wybuchowych miotających, *prochami bezdymnemi.* W przeciwieństwie do materjałów wybuchowych kruszących, prochy te odznaczają się znacznie mniejszą stałością chemiczną. Są one czułe na zmiany temperatury, wilgotności powietrza. (Niejednokrotnie już miały miejsce wypadki samoczynnego zapalania się prochów bezdymnych). Jakkolwiek technika osiąga coraz lepsze wyniki w dziedzinie zwiększania stałości prochów bezdymnych, to jednak dotychczas nie są nam znane prochy bezwzględnie bezpieczne w razie długiego ich przechowywania. Wobec powyższego niema żadnej przesady w twierdzeniu, że zagadnienie chemicznej stałości prochów bezdymnych należy do liczby najważniejszych, ale, zaznaczmy to zgóry, zarazem i najzawilszych zagadnień, związanych ze sprawą wyrobu i przechowywania współczesnych materjałów wybuchowych miotających.

Zanim przejdziemy do szczegółowego rozpatrzenia metod badania stałości chemicznej prochów (i głównych ich składników), postaramy się w ogólnych zarysach wyjaśnić powody chemicznej niestałości prochów, oraz mechanizm ich rozkładu.

Głównym składnikiem prochów bezdymnych jest *nitroceluloza* (bawełna strzelnicza), a dla pewnej ich grupy również i *nitrogliceryna.* Oba wyżej wymienione związki nie są, jak niewłaściwie głoszą utarte ich nazwy, *nitrozwiązkami,* a należą do kategorji związków mniej stałych, jakiemi są *estry kwasu azotowego,* w danym razie celulozy i gliceryny. Między nitrocelulozą i nitrogliceryną zachodzi jednak zasadnicza różnica. Polega ona na tem, że nitrogliceryna otrzymywana jest ze ściśle zdefinjowanego związku chemicznego, gliceryny, alkoholu trójatomowego, o wzorze strukturalnym

$$CH_2OH . CH OH . CH_2OH;$$

przytem nitrogliceryna z łatwością otrzymywana jest w stanie zupełnie czystym, jako ciało jednorodne, o znanym składziei budowie, —

$$(CH_2O . NO_2) . (CHO . NO_2) . (CH_2O . NO_2).$$

Natomiast nitroceluloza (bawełna strzelnicza) otrzymywana jest z produktu pochodzenia roślinnego, *celulozy* (błonnika), dotychczas nie zbadanej dokładnie pod względem chemicznym. Ciężar cząsteczkowy celulozy nie jest jeszcze ściśle ustalony; sądząc z jej składu chemicznego nadać jej należy wzór $[C_6 H_{10} O_5] n$, gdzie n oznacza liczbę całą, jak przyjmujemy obecnie, nie mniejszą od 4-ch; zakładając $n = 4$, otrzymujemy dla celulozy wzór umowny $C_{24} H_{40} O_{20}$.

Rozmaite materjały wyjściowe, z których otrzymywana jest celuloza, przydatna do przeróbki na bawełnę strzelniczą, jako to: bawełna, odpadki bawełny surowej (linters), odpadki przędzalnicze i drzewo, nawet po starannem oczyszczeniu zawierają większe lub mniejsze ilości domieszek, np. żywic, ligniny oraz oksycelulozy (produktu utlenienia celulozy, powstającego podczas jej bielenia). Już ta okoliczność, że materjał wyjściowy do wyrobu nitrocelulozy nie jest jednorodny, siłą rzeczy odbić się musi w sposób ujemny na własnościach końcowego produktu.

Sprawę komplikuje dalej fakt, że przy nitrowaniu celulozy (zapomocą mieszaniny kwasów siarkowego i azotowego) powstaje nie jeden tylko określony związek, a, w zależności od szeregu czynników jak np. stężenia kwasów w mieszance nitrującej, gatunku przerabianej celulozy, stopnia wilgotności powietrza i t. p., cały *szereg nitroceluloz,* o rozmaitych własnościach, którym możemy nadać następujące wzory:

TABLICA 1-a

Nazwa chemiczna	Wzór	% azotu	Ilość cm^3 *NO* wydziel. z 1 gr.	Uwagi
Dodeka-nitroceluloza	$C_{24} H_{28} O_8 (NO_3)_{12}$	14,14	225,6	nierozp. w mieszaninie eteru i alkoholu, natomiast rozpuszcz. w acetonie, octanie etylu
Undeka-nitroceluloza	$C_{24} H_{29} O_9 (NO_3)_{11}$	13,48	215,0	
Deka-nitroceluloza	$C_{24} H_{30} O_{10} (NO_3)_{10}$	12,76	203,5	
Ennea-nitroceluloza	$C_{24} H_{31} O_{11} (NO_3)_9$	11,97	190,9	rozpuszcz. w eterze-alkoholu, acetonie i nitroglicerynie.
Okto-nitroceluloza	$C_{24} H_{32} O_{12} (NO_3)_8$	11,12	177,3	
Hepto-nitroceluloza	$C_{24} H_{33} O_{13} (NO_3)_7$	10,18	162,4	rozp. w alkoholu (95⁰)
Heksa-nitroceluloza	$C_{24} H_{34} O_{14} (NO_3)_6$	9,15	146,0	mało rozpuszczalne w organicznych rozpuszczalnikach
Penta-nitroceluloza	$C_{24} H_{35} O_{15} (NO_3)_5$	8,02	127,9	
Tetra-nitroceluloza	$C_{24} H_{36} O_{16} (NO_3)_4$	6,77	107,9	

Dodeka-nitroceluloza z powodu niestałości swej dotychczas nie została otrzymana w czystym stanie.

Wogóle zaś w technice nie są otrzymywane poszczególne wyżej wymienione nitrocelulozy, a zawsze mieszaniny ich. Dla tego też techniczne nitrocelulozy nie mają wzorów chemicznych, a charakteryzuje się je w jednych krajach procentową zawartością *azotu*, w innych podaje się ilość centymetrów sześciennych tlenku azotu (NO), jaką otrzymuje się przy całkowitym rozkładzie (denitracji) 1 gr nitrocelulozy w nitrometrze. Zaznaczyć jeszcze należy, że sprawa rozpuszczalności rozmaitych nitroceluloz bynajmniej nie jest tak prosta, jak ją ujmuje powyższa tablica. Nitrocelulozy *o jednakowej* zawartości azotu, jednak otrzymane odmiennemi sposobami, posiadają rozmaity stopień rozpuszczalności. Zazwyczaj, np. nitrocelulozy o zawartości 12,6% azotu są mało rozpuszczalne w mieszaninie eteru i alkoholu, podczas gdy stosowany w Stanach Zjednoczonych t. zw. *pirokolodjon*, o zawartości właśnie 12,6% azotu stosunkowo łatwo rozpuszcza się w takiej mieszaninie.

Przy nitrowaniu celulozy znitrowaniu ulegają również jej domieszki. Pozatem współcześnie z estrami kwasu azotowego powstają z celulozy mało stałe estry kwasu siarkowego. Wobec takiej niejednorodności otrzymana bawełna strzelnicza, po odmyciu z niej kwasów wodą, posiada stosunkowo małą stałość chemiczną. Okoliczność ta, już w pierwszych czasach wyrobu bawełny strzelniczej, była powodem opłakanych wypadków. 14 lipca 1847 roku wyleciała w powietrze pierwsza wytwórnia bawełny strzelniczej w Faversham w Anglji,

a 30 lipca 1862 r. nastąpił wybuch magazynów z bawełną strzelniczą pod Hirtenbergiem w Austrji; powodem tych wypadków było samozapalenie się bawełny strzelniczej.

Z powyższego widzimy, że mycie zimną wodą nie jest wystarczające; właściwe oczyszczenie bawełny strzelniczej, t. zw. *stabilizacja* jej, wprowadzona przez zasłużonego badacza nitrocelulozy, Abla, polega na długotrwałem myciu nitrocelulozy wodą gorącą i naprzemian zimną, miażdżeniu jej w holendrach i ponownem gotowaniu w wodzie, zawierającej węglan wapnia. W wyniku tych czynności zostają usunięte z bawełny strzelniczej zawarte w niej kwasy mineralne i organiczne oraz zostają rozłożone i wymyte estry kwasu siarkowego *i niestałe* estry kwasu azotowego, co powoduje wzrost chemicznej stałości bawełny strzelniczej.

Jednak nawet bardzo staranne oczyszczenie bawełny strzelniczej nie usuwa z niej wszystkich szkodliwych domieszek. Stwierdzamy to przy odwadnianiu jej zapomocą alkoholu (jedna z pierwszych czynności przy przeróbce nitrocelulozy na proch bezdymny), gdyż wtedy część utlenionych i znitrowanych ciał żywicowych, pierwotnie zawartych w celulozie, przechodzi do roztworu alkoholowego.

Najstaranniej oczyszczona nitroceluloza, zupełnie nie zawierająca domieszek ciał obcych, nie jest bezwzględnie stała. Jako ester znajduje się ona, nawet w zwykłych warunkach temperatury i ciśnienia, w stanie stałego, aczkolwiek bardzo powolnego rozkładu. Wynikiem rozkładu nitrocelulozy są, między innemi, gazy nitrowe (NO_2 i N_2O_3), które są pochłaniane przez nierozłożoną nitrocelulozę i sprzyjają jej rozkładowi w charakterze przyśpieszaczy reakcji. Mamy tu do czynienia z t. zw. *autokatalizą*, którą to nazwę nadajemy zjawisku, często spotykanemu, a polegającemu na tem, że w wyniku reakcji powstają związki, działające przyśpieszająco na przebieg reakcji. Reakcja autokatalityczna, zachodząca bez zewnętrznego dopływu ciepła, zatem w pierwszym okresie w temperaturze praktycznie stałej, ma w miarę trwania przebieg coraz szybszy, czem się różni od zwykłych reakcyj, których szybkość w tychże warunkach maleje coraz bardziej.

Gdy istnieje możliwość nagromadzenia się znacznych ilości produktów rozkładu i odpowiednio wzrośnie temperatura, przebieg reakcji może się stać tak gwałtowny, że, np. dla nitrocelulozy może nastąpić jej samozapalenie się.

Do zupełnie pewnych wniosków o stałości chemicznej danej nitrocelulozy doprowadzić mogłaby jedynie metoda, umożliwiająca

oznaczanie stopnia przyśpieszenia jej rozkładu pod wpływem znikomych ilości tlenków azotu w zwykłej temperaturze.

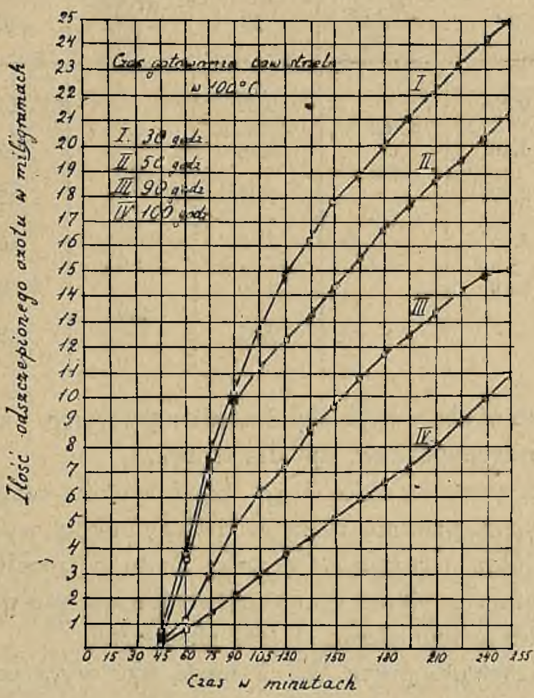
Narazie nie rozporządzamy tego rodzaju metodą, zmuszeni więc jesteśmy prowadzić badania rozkładu nitrocelulozy (i prochów) w temperaturach wyższych, gdy przebieg rozkładu jest dostatecznie szybki. Podkreślić należy, że rozkład bawełny strzelniczej w temperaturach niezbyt wysokich różni się od rozkładu wybuchowego. W tym ostatnim wypadku powstają wyłącznie produkty lotne, w drugim zaś prócz lotnych również ciała stałe zawierające azot.

Ogrzewanie bawełny strzelniczej w stałej, dość wysokiej temperaturze pozwala nam sądzić o tem, czy badana bawełna strzelnicza jest chemicznie stała (stabilizowana), czy też niedostatecznie stabilizowana. Dzięki mianowicie pracom Brunswig'a, Haanen'a i Will'a (Mitteilungen aus der Zentralstelle wissenschaftlich technischer Untersuchungen, Neubabelsberg, Heft 2, 3 (1900—1902) zostało ustalone, że *stabilizowane* nitrocelulozy wydzielają (w danej temperaturze) w jednakowych odstępach czasu (Δt), *jednakowe ilości* azotu (Δm); dla niestałych chemicznie nitroceluloz Δm jest zmienne. Drogą odpowiedniego mniejszego lub większego nakładu pracy można *każdą* nitrocelulozę doprowadzić do takiego właśnie stanu stałości, dla którego obowiązuje przytoczone wyżej prawo; stanowi temu Will nadał nazwę *stanu granicznego*. (por. rys. 1-y str. 93).

Warunek proporcjonalności odszczepionej z nitrocelulozy ilości azotu do czasu jej ogrzewania zachowywany jest wyłącznie dla stabilizowanych nitroceluloz i jedynie w początkowym okresie ich rozkładu. Wtedy bowiem ilość azotu odszczepionego w jednostce czasu jest proporcjonalna do każdorazowo pozostającej ilości nierozłożnej nitrocelulozy. Liczba $k = \frac{\Delta m}{\Delta t}$, gdzie Δm oznacza ilość azotu wydzielonego w czasie Δt, nosi nazwę współczynnika odszczepiania azotu; wyraża ona szybkość rozkładu danej stabilizowanej nitrocelulozy (dla danej temperatury).

Wykresowo, jak widać z równania, przebieg początkowego rozkładu nitrocelulozy, znajdującej się w stanie granicznym, wyraża się linją prostą. W większości wypadków spółczynnik k posiada najmniejszą wartość (Δm jest najmniejsze) dla nitrocelulozy w stanie granicznym. Wielkość spółczynnika odszczepienia zmienia się w zależności od stopnia znitrowania (zawartości azotu) danej nitrocelulozy, rośnie przytem prędzej, niż zawartość azotu.

Badania Robertsona wykazały, że prawo stałości spółczynnika odszczepiania stosuje się również do stałych chemicznie prochów i do nitrogliceryny i rozkład tej ostatniej jest mniej więcej 10 razy szybszy od rozkładu nitrocelulozy.



Rys. 1.

Duży wpływ na wartość liczbową stałej *k*, t. j. szybkości rozkładu, np. nitrocelulozy, wywiera zmiana temperatury doświadczenia. Badania Will'a wykazały, iż w granicach od 125° do 160° C. wzrost temperatury o 5° powoduje podwojenie szybkości rozkładu (stałej odszczepiania azotu) dla danej bawełny strzelniczej. Badania Will'a, przeprowadzone nad trzema nitrocelulozami o rozmaitej zawartości azotu, są zestawione w poniższej tablicy (str. 94).

W tablicy tej *M* oznacza ilość miligramów azotu wydzielonych w danej temperaturze w ciągu 15 minut z 2,5 gr. badanej nitroceluzy. Stosunek M_{t+5} i M_t, t. j. stosunek ilości azotu, wydzielonego w temperaturze wyższej $(t + 5)$ do ilości azotu, wydzielonego w temperaturze niższej *t*, jest jak widzimy z tablicy praktycznie stały (1,9 — 2,0), zarówno dla rozmaitych temperatur, jak i rozmaitego składu nitro-

TABLICA 2-a.

Temperatura t	Zawartość azotu w nitrocelulozie — 13,1%		9,73%		7,35%	
	ilości wydzielonego azotu					
	M	$\frac{M_{t+5}}{M_t}$	M	$\frac{M_{t+5}}{M_t}$	M	$\frac{M_{t+5}}{M_t}$
135	0,55		0,35		0,13	
		2,0		1,9		1,9
140	1,10		0,68		0,25	
		2,0		1,9		2,0
145	2,20		1,27		0,50	
		1,9		2,0		2,1
150	4,15		2,55		1,05	
		1,9		1,9		2,0
155	8,10		4,90		2,05	
				2,0		1,9
160	—		9,95		3,95	

celuloz. To samo obserwuje się dla nitrogliceryny, a nawet dla prawdziwych nitrozwiązków, np. dla trotylu.

Ze stałości stosunku M_{t+5} i M_t (spółczynnika temperatury) wypływa wniosek, że pomimo różnych spółczynników wydzielania azotu dla nitroceluloz o różnej zawartości azotu, nitrocelulozy te znajdują się wszystkie w stanie granicznym i niezależnie od stopnia znitrowania posiadają jednakową stałość chemiczną.

Wyniki, uzyskane przez Will'a mogą być wyrażone pod postacią równania:

$$\log M = a + b .\ 0{,}9932^{t}, \text{ w którem}$$

M oznacza, jak wyżej, ilość azotu wydzielonego w ciągu 15 minut z 2,5 gr. nitrocelulozy, t oznacza temperaturę, zaś a i b są to spółczynniki, stałe dla danego gatunku nitrocelulozy.

Interpolacja w granicach 126° do 157° dała dobre wyniki. Will drogą ekstrapolacji zastosował wzór swój do temperatur niskich i otrzymał wtedy dane następujące (dla nitrocelulozy o 13,1% azotu, dla której $a = 8{,}84211$, zaś $b = -22{,}857$):

temperatura	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°
M	0,079	0,368	1,63	6,85	27,5	105	385 ($\times 10^{-10}$) mgr.

Wobec znikomo małych ilości wydzielającego się azotu, np. dla 30° C — $1{,}63 \times 10^{-10}$ mgr. azotu; sprawdzenie wyników tych obliczeń nie jest możliwe. Dla temperatury wyższej, np. 80° C. sprawa ta już

jest łatwiejsza. W tej temperaturze bowiem ilość azotu, wydzielonego w omawianych warunkach wynosi 4×10^{-5} mg., a taką ilość, jak zobaczymy dalej, można wykryć zapomocą papierka, nasyconego roztworem jodku cynku i skrobi. Przeprowadzone doświadczenie potwierdziło wyliczenia: papierek jodocynkowy po upływie 15 minut zmienił zabarwienie.

Opierając się na danych, wyżej zestawionych, Will obliczył dla szeregu temperatur czas, w ciągu którego z 1 gr bawełny strzelniczej (o 13,1% azotu) wydzieli się wskutek rozkładu 4.10^{-5} mg. azotu

TABLICA 3

Temperatura	—	Czas
20^0 C	—	361 lat
25^0 C	—	77,6 lat
30^0 C	—	17,5 lat
35^0 C	—	4,2 lat
40^0 C	—	1,04 lat
45^0 C	—	99 dni
50^0 C	—	27 dni

Podając tablicę Will'a zastrzec się musimy, że posiada ona wyłącznie *orjentacyjne* znaczenie, w niższych bowiem temperaturach w grę wchodzi szereg innych czynników, jak np. wzmożony wpływ wilgoci, większa zdolność chłonna tlenków azotu itp. Czynniki te mogą w znacznej mierze przyśpieszyć rozkład nitrocelulozy.

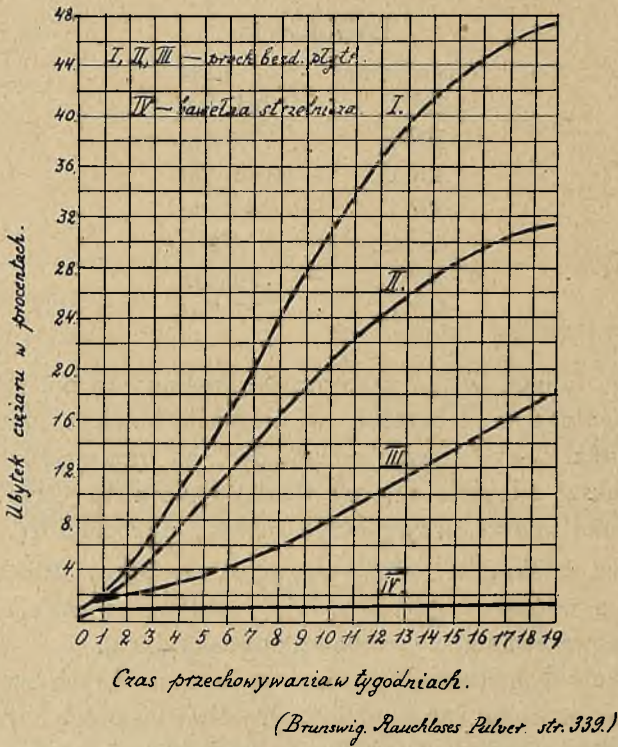
Pozatem podkreślić należy, że uzyskane przez Will'a dane odnoszą się do wypadku, gdy produkty rozkładu są *stale usuwane*, w miarę ich powstawania, ze środowiska reakcyjnego.

Z danych tych nie można np. wysnuwać żadnych wniosków, co do rozkładu prochów bezdymnych, przechowywanych w szczelnie zamkniętych skrzyniach, w których produkty rozkładu pozostają stale w zetknięciu z prochem i przyśpieszają rozkład tegoż w sposób, narazie nie poddający się obliczeniu.

Przechodząc od nitroceluloz do prochów bezdymnych nitrocelulozowych wskazać musimy na zasadniczą różnicę, jaka zachodzi między niemi. Prochy bezdymne (o ile narazie nie będziemy brali pod uwagę pewnych celowo wprowadzonych do nich ciał dodatkowych) różnią się od nitroceluloz, z których zostały wytworzone, głównie stanem fizycznym: z włóknistego luźnego materjału bawełny strzel-

niczej otrzymuje się pod działaniem odpowiednich rozpuszczalników jednorodną, dość zwięzłą masę koloidalną, — proch bezdymny.

Na pierwszy rzut oka mogłoby się wydawać, że niema dostatecznych powodów, dla którychby stałość chemiczna prochu bezdymnego, otrzymanego z chemicznie stałej bawełny strzelniczej, miała być mniejsza od stałości chemicznej tej ostatniej. Tego rodzaju rozumowanie prowadzi do błędnego, niestety, wniosku, jakoby stałość chemiczna prochu, była zależna wyłącznie od stopnia stałości przerabianej ba-



Rys. 2.

wełny strzelniczej. Doświadczenie wykazało, że tak nie jest i mimo najstaranniejszego doboru surowców (bawełny strzelniczej) i jak najsumienniejszej przeróbki, często znaczne ilości prochów bezdymnych, z powodów bliżej niezbadanych, ulegały w stosunkowo krótkim czasie rozkładowi. Natomiast nie ulega wątpliwości, że powodem rozkładu prochu bezdymnego jest rozkład nitrocelulozy, wchodzącej w skład jego. Wobec tego należy uważać za słuszne twierdzenie, że *tylko* z dobrej stabilizowanej bawełny strzelniczej *może* być uzyskany

dobry, chemicznie stały proch, *niezawsze* jednak z dobrej bawełny strzelniczej udaje się otrzymać dobry proch.

W jak wysokim stopniu rzeczywistość odbiega od przewidywań wykazuje nam proste doświadczenie, polegające na tem, że stabilizowaną bawełnę strzelniczą i 3 gatunki prochu płytkowego, o rozmaitych wymiarach, wytworzone z tej bawełny strzelniczej, ogrzewano współcześnie w temperaturze 75 do 80° C., w ciągu kilkunastu tygodni i oznaczano okresowo zmniejszenie się ciężarów badanych próbek.

Okazało się (por. rys. 2-gi), że prochy straciły znacznie więcej na ciężarze, niż bawełna strzelnicza, przyczem prochy o grubszych ściankach (większych wymiarach) były stalsze od prochów drobniejszych. Fakt ten pozostaje w pewnej sprzeczności z poglądem, według którego prochy grubościenne, z których utrudnione jest wydzielanie się produktów rozkładu, powinny ulegać szybszemu rozkładowi.

Mniejszą stałość prochów (zżelatynowanej bawełny strzelniczej) w porównaniu z materjałem wyjściowym wytłumaczyć można chyba tem, że domieszki szkodliwe, zawarte w bawełnie strzelniczej, wobec luźnej jej budowy, nie mogą wywierać na stałość jej wyraźnego wpływu. Po przeprowadzeniu bawełny strzelniczej w stan koloidalny, domieszki te zostały dość szczelnie zamknięte w masie prochowej, tworząc w niej niejako ogniska zarazy, powodujące rozkład prochów w sprzyjających temu warunkach.

Możliwy jest również wpływ (dotychczas niezbadany) zmiany stanu fizycznego na stałość chemiczną produktu.

Zewnętrzne oznaki rozkładu prochu są następujące. Dopóty proch jest chemicznie stały, posiada on słaby tylko zapach, bądź to substancyj dodatkowych (kamfora), bądź też rozpuszczalników, użytych do jego wyrobu lub ich produktów utlenienia (aldehyd octowy, $CH_3.COH$, azotyn etylu $C_2H_5.O.NO$). Po upływie pewnego czasu zapach rozpuszczalników zaczyna zanikać. Dalej zaczyna się już wyraźniejszy okres rozkładu prochu: nabiera on zapachu gazów nitrowych, masa prochowa wówczas przestaje chłonąć (rozpuszczać) produkty rozkładu. Zapach i smak prochu stają się wyraźnie kwaśne, niebieski papierek lakmusowy w obecności takiego prochu czerwienieje. Natomiast wygląd zewnętrzny prochu, przynajmniej dla oka nieuzbrojonego, przez dłuższy czas pozostaje bez zmiany. Np., proch płytkowy, mocno grafitowany, z którego wydzielały się już czerwonobrunatne pary dwutlenku azotu, który zatem nie był zdatny do użyt-

ku, na pierwszy rzut oka nie wykazywał jeszcze widocznych zmian. Przy bliższem zbadaniu próbki tego prochu okazało się, że nie zawierał on już nitrocelulozy i rozpuszczał się (poza grafitem) dość łatwo w wodzie.

Usiłowania unaocznienia przebiegu rozkładu prochów drogą dodania do masy prochowej barwników, zmieniających zabarwienie pod wpływem gazów nitrowych, nie zostały uwieńczone zadawalającym wynikiem, gdyż drogą tą wykryć można jedynie bardzo daleko posunięty stopień rozkładu.

Gdy rozkład prochu zachodzi w temperaturze umiarkowanej, co ma miejsce gdy ciepło, wywiązujące się na skutek rozkładu, jest stale usuwane, z celulozy powstaje szereg kwasów organicznych, a mianowicie kwas mrówkowy, $H.COOH$, kwas oksypirogronowy $CH_2OH.CO.COOH$, kwas oksyizomasłowy $(CH_3)_2COH.COOH$ i kwas szczawiowy $(COOH)_2$.

Lotnemi produktami rozkładu prochu są: dwutlenek azotu NO_2, tlenek azotu, NO, bezwodnik kwasu węglowego, CO_2, tlenek węgla. CO, i para wodna, H_2O.

W miarę wzrostu temperatury, w której zachodzi rozkład prochu, wzrasta w produktach lotnych zawartość tlenków azotu i węgla, a zmniejsza się ilość pary wodnej, jednak nawet w temperaturze względnie wysokiej (160°) para wodna jest przeważającym składnikiem. Wspominaliśmy już przedtem, że bawełna strzelnicza i prochy bezdymne, posiadają zdolność rozpuszczania (pochłaniania) tlenków azotu. Specjalne doświadczenia, przeprowadzone w celu dokładniejszego wyjaśnienia tego zjawiska, wykazały, że dobry proch, umieszczony w tlenkach azotu rzeczywiście pochłania je przez pewien okres czasu, przyczem obserwowany jest przyrost jego ciężaru.

Następnie jednak ciężar prochu ulega zmniejszeniu, pod wpływem bowiem kwasu azotowego zachodzi denitracja prochu, czyli rozkład jego. Doświadczenie, przeprowadzone z bawełną strzelniczą, wykazało, że gdy jej ciężar zmniejszył się o 35%, zawartość w niej azotu spadła z 12,5% do 0,9%. Powyższe doświadczenia rzucają pewne światło na mechanizm rozkładu nitrocelulozy i prochu.

Zgodnie z obecnie panującemi poglądami, głównym powodem niestałości nitrocelulozy są znitrowane obce domieszki, które ulegają znacznie łatwiej rozkładowi, aniżeli azotany celulozy. Rozkładając się, domieszki te działają przyśpieszająco na szybkość rozkładu samej bawełny strzelniczej. Im staranniejsze było oczyszczenie

bawełny strzelniczej, t. j. im dokładniej przeprowadzona była jej stabilizacja, tem mniej pozostawało w niej szkodliwych domieszek, tak, iż w stanie luźnym bawełna strzelnicza miała wystarczający stopień stałości. Gorsze wyniki, jak już wyżej wspomniano, uzyskano, gdy bawełnę strzelniczą przerabiano na koloidalną masę prochową (proch bezdymny).

Stałość prochów udało się zwiększyć przez dodanie do masy prochowej substancyj, neutralizujących produkty rozkładu domieszek obcych. Dodatek tych t. zw. stabilizatorów okazał się celowy, a nawet niezbędny, jako zapewniający prochom bezdymnym dłuższy czas służby. Wobec tego stabilizatory weszły obecnie w powszechne użycie, rodzaj zaś ich zależy głównie od gatunku wytwarzanego prochu.

W wyniku powyższych rozważań, dochodzimy do wniosku o konieczności kontroli chemicznej stałości bawełny strzelniczej i prochów: 1) w czasie wyrobu bawełny strzelniczej, w celu stwierdzenia stopnia jej stabilizacji, 2) przy odbiorze świeżo przygotowanego prochu, 3) w czasie jego magazynowania, najlepiej w prawidłowych odstępach czasu, tą bowiem jedynie drogą można sobie wyrobić dokładny sąd o stopniu bezpieczeństwa danego prochu.

Przytoczone wyżej wnioski uzasadniają w całej rozciągłości doniosłe znaczenie metod badania stałości bawełny strzelniczej i prochów bezdymnych. Jak dalece sprawa ta zajmuje umysły techników i uczonych, świadczy o tem fakt opracowywania i proponowania coraz to nowych metod. Mimo jednak licznych wysiłków sprawa pod każdym względem doskonałej metody badania stałości jest dotychczas otwarta.

Stoimy bowiem w danym razie przed szeregiem wymagań, wyłączających się wzajemnie.

Najdokładniejsze z dotychczas opracowanych metod wymagają kosztownej aparatury, nie są łatwe w wykonaniu i trwają stosunkowo długo; wszystko to razem wzięte uniemożliwia praktyczne ich zastosowanie do celów masowej kontroli.

Techniczne metody badania stałości winny odpowiadać następującym warunkom: winny być one proste, tanie i wykonanie ich powinno zajmować jak najmniej czasu.

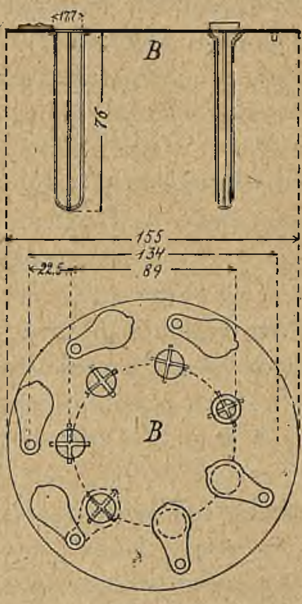
Ten ostatni warunek zmusza do prowadzenia badań w wysokiej temperaturze, t. j. w warunkach, jak to widzieliśmy wyżej, mocno odbiegających od normalnych warunków przechowywania prochów.

Badania w niższych temperaturach wymagają znacznego nakładu czasu, zaś przeprowadzone w wysokich, dają wyniki mniej pewne.

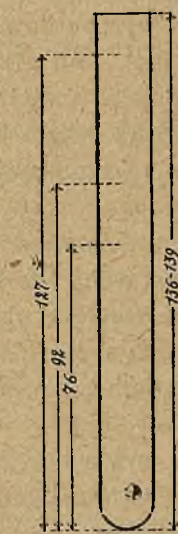
Przystępując obecnie do mniej lub bardziej szczegółowego opisu rozmaitych metod badania stałości, łączyć je będziemy za przykładem G. de Bruin'a (Considérations critiques sur des épreuves anciennes et modernes pour la détermination de la stabilité de la poudre sans fumée, Amsterdam 1927) w grupy, o pewnych wspólnych cechach.

---

1. *Próba Abla* [Philos. Transactions Royal Society *156*, 269 (1866)]. Jest to najstarsza próba (metoda badania) stałości chemicznej, stosowana najczęściej do badania stałości bawełny strzelniczej. W większości państw odgrywa ona obecnie rolę podrzędną, tylko w Anglji jest ona dotychczas próbą oficjalną (angielski „Heat test").



Rys. 3.



Rys. 4.

W próbie tej miarą stałości badanego materjału wybuchowego jest *czas*, jaki upływa od chwili wstawienia próbki do ogrzanej łaźni wodnej, aż do ukazania się brunatnego zabarwienia na papierku z bibuły do filtrowania, nasyconej roztworem jodku potasu (KJ) i skrobi. Wobec wagi, jaką nadają tej próbie w Anglji, zostały tam ściśle ustalone wszystkie jej szczegóły. (Departmental Committee on the Heat-Test as applied to explosives, 1. Report 1914).

Jako łaźnia wodna służy w Anglji naczynie kuliste (w innych krajach równoległościenne) o średnicy około 20 cm. Do łaźni nalewa się taką ilość wody, by poziom jej znajdował się w odległości mniej więcej 2 cm od górnego brzegu. Pokrywę o średnicy 15 cm nakłada się luźno. Ogrzewa się łaźnię albo zapomocą gorącej wody, albo też palnikiem Arganda. W tym ostatnim wypadku łaźnię umieszcza się na trójnogu wysokości 35 cm, zaopatrzonym w płaszcz z blachy białej lub miedzianej. Palnik, umieszczony wewnątrz płaszcza, zaopatrzony jest w kominek miedziany.

W pokrywie (rys. 3) znajduje się 7 otworów, z których jeden przeznaczony jest dla termometru, zaś pozostałe sześć do umieszczania probówek szklanych z badanemi materjałami wybuchowemi. Pod pokrywą, naokoło otworów, przylutowane są na krzyż druty miedziane (jak to jest wskazane na rysunku), które utrzymują probówki szklane w ściśle określonem położeniu.

Do wyrobu probówek stosowane jest szkło, nie zawierające ołowiu. Wymiary probówek są następujące: długość ich wynosi 13,5 do 14 cm, zaś średnica ich jest dobrana tak, by pojemność ich wynosiła 20 do 22 cm^3, do wysokości 127 mm., licząc od dna. Probówki posiadają trzy podziałki (rys. 3-ci i 4-ty).

Jedna z nich, na wysokości 127 mm. od dna, wskazuje jak głęboko ma być osadzony dolny brzeg korka, zamykającego probówkę; druga podziałka, na wysokości 92 mm ustala miejsce t. zw. *linji granicznej* papierka jodoskrobiowego, (t. j. linji stanowiącej granicę między suchą a zwilżoną częścią papierka), wreszcie trzecia, na wysokości 76 mm odpowiada głębokości zanurzenia probówki w łaźni wodnej. Przez korki gumowe, dobrze dopasowane do probówek, przechodzą na wylot rurki lub bagietki szklane, wyciągnięte w dolnej ich części w haczyki szklane do zawieszania papierków. Niekiedy zamiast haczyków szklanych stosowane są wtopione haczyki platynowe.

Termometr o skali od 0^0 do 100^0 C. i zegarek minutowy uzupełniają aparaturę.

Przygotowanie papierków jodoskrobiowych. 3 gr. białej skrobi kukurydzanej, przemytej zimną wodą, dodaje się do 250 cm^3 wrzącej wody dystylowanej, poczem gotuje się całość w ciągu pięciu minut na małym ogniu, mieszając pałeczką. W drugiem naczyniu rozpuszcza się w tymże czasie 1 gr czystego jodku potasu, przekrystalizowanego z alkoholu, w 250 cm^3 świeżo przedystylowanej wody. Oba roztwory zostają starannie zmieszane, poczem pozostawia się

mieszaninę na noc w ciemnem pomieszczeniu. Na drugi dzień zlewa się ostrożnie warstwę klarownej cieczy i przystępuje niezwłocznie do sporządzania papierków.

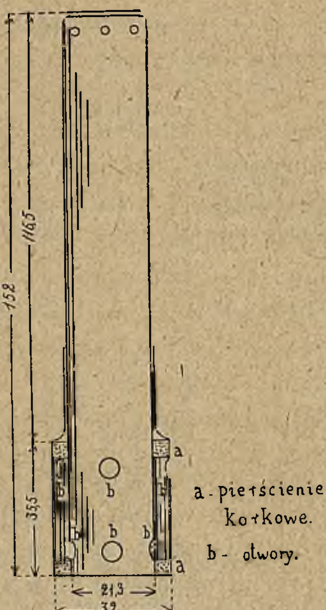
Do celu tego służy bibuła z najczystszej celulozy bawełnianej; grubość warstwy, złożonej z 10 arkuszy tej bibuły winna wynosić 1,8 $\pm$ 0,5 mm. Po jednogodzinnem gotowaniu w trzyprocentowym ługu sodowym bibuła nie powinna tracić więcej niż 7,5% swego pierwotnego ciężaru. Wybraną bibułę tnie się na paski długości 50 cm, a szerokości 15 cm; paski te zanurza się na przeciąg 10 sekund w roztworze jodoskrobiowym, przelanym do czystej miski porcelanowej; z jednego końca pasków pozostawia się suchy brzeg około 3 cm szerokości. Nadmiar cieczy usuwa się z obu stron zwilżonej bibuły zapomocą bagietki szklanej, poczem zawiesza się paski w pomieszczeniu ciepłem, ciemnem, wolnem od kurzu i gazów laboratoryjnych. Po wysuszeniu pasków skrawa się brzegi (po 0,5 cm) i otrzymane paski przechowuje się w szczelnie zakorkowanych słojach w ciemności.

W czasie sporządzania papierków, bibuły nie należy dotykać palcami, a pracować w białych czystych rękawiczkach bawełnianych; przy wykonywaniu próby należy posługiwać się szczypczykami. Po przygotowaniu papier jodoskrobiowy winien być w ciągu 6 miesięcy przechowywany i dopiero po upływie tego czasu może być wzięty do użytku. Do próby papier kraje się na paseczki o szerokości 10 mm i długości 20 mm. Papierki są zdatne do użytku o ile się *nie* zabarwiają od kropli rozcieńczonego kwasu octowego. W miarę starzenia się papierków, zwłaszcza jeśli były zbyt długo wystawione na działanie światła, kropla wspomnianego kwasu wywołuje zabarwienie brunatne do niebieskiego. Papierek jest tem gorszy, im prędzej się zabarwia. Złe papierki oczywiście muszą być wycofywane.

Do celów porównawczych przygotowuje się papierki wzorcowe o *normalnem* zabarwieniu linji granicznej. W tym celu, zgodnie z przepisami angielskiemi, rozciera się w moździerzu agatowym 0,48 gr żółtej ochry, 0,2 gr umbry i 0,5 gr białej gumy arabskiej. Otrzymany proszek wsypuje się do kolby, pojemności 150 cm^3 i zadaje się 100 cm^3 dystylowanej wody. Zawartość kolby kłóci się aż do całkowitego rozpuszczenia się gumy arabskiej, a gdy to nastąpi, pozostawia się ciecz w spokoju na przeciąg jednej godziny. Powyższym roztworem wyciąga się na czystej bibule szerokie linje, posługując się grafjonem (w Niemczech do tego celu brany jest roztwór karmelu).

Po wyschnięciu kraje się bibułę na paseczki tejże wielkości, co dla próby Abla, dbając o to, by przez środek każdego papierka przechodziła brunatna linja o szerokości 0,5 do 1 mm.

Wykonanie samej próby Abla odbywa się w sposób następujący. Do probówki umieszcza się określoną ilość badanego materjału. Papierki jodoskrobiowe zawiesza się na haczykach pod korkami i zwilża się górną ich część roztworem podwójnie dystylowanej gliceryny w wodzie (1 : 1), posiłkując się bagietką szklaną lub pędzelkiem z włosia wielbłądziego.



Rys. 5.

Następnie zamyka się probówki korkami (z papierkami) i wstawia się je do ogrzanej łaźni wodnej, której temperaturę utrzymuje się w granicach ± 1° C. Temperatura próby Abla waha się w szerokich granicach (65° do 100°), w zależności od badanego związku i przepisów, obowiązujących w danem państwie.

W niżej podanej tablicy zestawione są obowiązujące w Anglji normy dla próby Abla. Początek próby liczy się od chwili zanurzenia probówki z badanym materjałem do łaźni wodnej o odpowiedniej temperaturze. Koniec próby nastaje, gdy na papierku jodoskrobiowym, na granicy między suchą, a zwilżoną częścią powstanie linja brunatna, o odcieniu takim, jak na papierku wzorcowym. Zalecane

jest przykrywanie wstawionych do łaźni probówek kapturkami z czarnego papieru (rys. 5-ty). Papierki bada się, zdejmując kapturki od czasu do czasu. Usuwa się je ostatecznie na krótko przed upływem wskazanego w warunkach czasu próby.

TABLICA 4-a

Angielskie normy dla próby Abla

Rodzaj materjału wybuchowego	Stosowana ilość (gr.)	Temper. w °C	Minim. czas do wystąpienia zabarwienia	Uwagi
Nirogliceryna, dynamit	3,24	71,1° do celów wojsk. 83°	15 min.	
Żelatyna wybuchowa i podobne materj. wybuchowe Żżelatynowana bawełna strzelnicza	3,24 gr zmieszane z 6,48 częściami sproszkowanego talku	71,1°	10 min.	
Sprasowana bawełna strzelnicza Bawełna kolodjonowa Prochy nitrocelulozowe	1,296 gr	76,6°	10 min.	Wysuszone w 49° C
Balistyt, kordyt	1,620 gr	82,2°	15 min.	

Próba Abla, ongi bardzo rozpowszechniona, nawet jeszcze obecnie może okazać wielkie usługi w tych wypadkach, w których chodzi o wykrywanie łatwo rozkładających się domieszek, kwasów i t. p. w takich materjałach, jak nitrogliceryna, nitroceluloza. Jest ona bowiem raczej próbą *czystości* danego materjału wybuchowego, niż jego *stałości*. Jako próba stałości posiada ona liczne wady, z pośród których najważniejsze są następujące:

1) Próba wskazuje tylko na *początek* rozkładu badanego materjału, a zupełnie nie daje pojęcia o dalszym jego przebiegu.

2) Próba jest tak czuła, że wykrywa ilość domieszek ciał obcych, które nie są w stanie wpłynąć na stałość danego materjału. Wynik próby w takich wypadkach nie może być dowodem rozpoczynającego się rozkładu materjału wybuchowego. O czułości próby świadczy fakt, że papierek jodoskrobiowy zostaje zabarwiony w ciągu 1 minuty przez 0,0002 mgr. bezwodnika kwasu azotowego, (N_2O_3).

3) Nieznaczne już domieszki specjalnie dobranych ciał obcych

są w stanie zamaskować wyniki. Dodanie, np., sublimatu ($HgCl_2$) do nitrocelulozy powoduje, że wydzielające się, na skutek redukcji, pary rtęci łączą się z jodem, tworząc jasno-żółty jodek rtęci. Unicestwiają próbę również *aminy*, które reagują z tlenkiem azotu według ogólnego równania:

$$2R.NH_2 + N_2O_3 = 2R.OH + 2N_2 + H_2O.$$

Z innych domieszek, maskujących próbę, wspomnieć należy o eterze octowym, acetonie i wazelinie. Ta ostatnia doskonale rozpuszcza i zatrzymuje tlenki azotu.

4) Znaczny wpływ na wynik próby wywierają: sposób przyrządzenia papierków, ich wiek i t. p.

5) Wynik próby zależy od kształtu i wielkości ziaren, kawałeczków badanego materjału. Szybkość wydzielania się z próbki składników, reagujących z papierkiem jodoskrobiowym, zależy w znacznym stopniu od *powierzchni* rozkładającej się substancji. Powierzchnia ta jest znaczna, np. dla bawełny strzelniczej o budowie włóknistej, a stosunkowo mała dla nitrogliceryny. Wpływem powierzchni można wytłumaczyć zjawisko dość często obserwowane, że zmieszanie dwóch produktów, — nitrogliceryny i nitrocelulozy, — z których każdy zosobna zadośćczynił wymaganiom próby Abla, prowadzi do produktu, *nie* wytrzymującego próby. W danym razie zwiększenie powierzchni nitrogliceryny ułatwia wydzielanie się z niej tlenków azotu.

6) Rozpoznawanie stopnia zabarwienia papierków w próbie Abla zależne jest nietylko od cech indywidualnych obserwatora (co wprowadza wielce niepożądany czynnik subjektywny), ale również od szeregu innych okoliczności, np. od *warunków oświetlenia*. Wykazały to doświadczenia I. Bojczewa, wykonane w Chemisch-Technische Reichsanstalt [Kritische Würdigung des sogenannten Abeltestes zur Prüfung von Sprengstoffen auf chemische Beständigkeit], wyniki których przytoczone są w artykule F. Lenze i L. Metz'a (Ztschr. für das ges. Schiess- und Sprengstoffwesen, 1928, — str. 382). Z podanej niżej tablicy 5-ej widzimy, jak rozbieżne są wyniki próby w rozmaitych warunkach.

Ważne jest równomierne nawilżenie papierka. Z tablicy 6-ej widzimy, że brunatne zabarwienie występuje tem wcześniej, im mniejsza powierzchnia została zwilżona.

TABLICA 5-a

Gatunek prochu		Dzień słoneczny, jasny. Brunatny paseczek po upływie:	Dzień deszczowy, pochmurny. Brunatny paseczek po upływie:
Prochy nitrocelolu-zowe, taśmowe, bez stabilizatora	A.	4 min.	6 min. 45 sek.
	B.	5 min. 15 sek.	6 min.
	C.	5 min. 45 sek.	6 min. 49 sek.

TABLICA 6-a

	Zwilżona powierzchnia papierka jodoskrobiowego	Czas, jaki upłynął do wystąpienia brunatn. paseczka
Nitroceluloza A	$^1/_3$ część powierzchni	7 min. 55 sek.
	$^1/_3$ " "	7 min. 40 sek.
	$^1/_2$ " "	9 min. 30 sek.
Nitroceluloza B	$^1/_2$ powierzchni	7 min. 22 sek.
	$^1/_2$ "	7 min. 45 sek.
	$^2/_3$ "	8 min. 35 sek.

Pomimo pewnych niezaprzeczalnych zalet próby Abla, jakiemi są: krótki czas trwania, taniość przyrządów, stosunkowo niska temperatura próby, możność stosowania jej do wszelkiego rodzaju materjałów wybuchowych, posiada ona braki tak poważne (z pośród nich na pierwszem miejscu postawić należy niepewność uzyskanych wyników), że nie może ona być miarodajną w sprawie ustalania stałości chemicznej prochów i bawełny strzelniczej, a jedynie odgrywać rolę pomocniczą przy innych próbach.

2) *Niemiecka modyfikacja próby Abla.*

Mając na widoku zwiększenie czułości (zupełnie zresztą bezcelowe) próby Abla, wprowadzono swego czasu w Niemczech odmianę tejże, polegającą na zastąpieniu jodku potasu przez jodek cynku (ZnJ_2). Zgodnie z przepisami niemieckiemi 1 gram bawełny strzelniczej, zawierającej co najwyżej 0,5% wilgoci, [oznaczonej w oddzielnej próbce drogą suszenia w 80° C] zostaje umieszczony w probówce szklanej o wymiarach: długość 125 mm i średnica wewnętrzna — 16 mm. Wstrząsając probówką można doprowadzić w niej wysokość

bawełny strzelniczej do 30 — 40 mm. Probówki zamykane są korkami, podobnie jak w próbie Abla. Papierki (25 mm × 12 mm) zawieszane są na haczykach tak, by dolny ich brzeg znajdował się na odległości mniej więcej 20 mm od powierzchni bawełny strzelniczej. *Dolną* połowę papierka zwilża się roztworem gliceryny w wodzie (1 : 10). Temperaturę łaźni wodnej utrzymuje się w granicach 80°C ± 1° C. Probówki zanurza się w wodzie tak, by nad pokrywą wystawało około 35 mm. Obserwuje się czas, który upływa od chwili zanurzenia próbki w łaźni, aż do wystąpienia na papierku wyraźnej *niebieskiej* lub *fijoletowo-niebieskiej* linji. Papierki przygotowuje się według następującego przepisu. 4 gr mączki skrobiowej zarabia się z niewielką ilością wody dystylowanej i otrzymaną ciecz, o wyglądzie mlecznym, wlewa się stopniowo, mieszając ciągle, do wrzącego roztworu 20 gr. czystego chlorku cynku ($ZnCl_2$) w 100 cm^2 wody. Ogrzewa się aż do prawie całkowitego rozpuszczenia się skrobi i uzyskania klarownej cieczy, na co potrzeba około 2-ch godzin. Odparowaną wodę uzupełnia się przez cały czas ogrzewania. Następnie rozcieńcza się wodą, dodaje 2 gr świeżo przygotowanego jodku cynku, dopełnia wodą do jednego litra i sączy po skłóceniu. Sączenie odbywa się bardzo powoli, zato uzyskuje się ciecz prawie klarowną, zlekka opalizującą. Przechowywana w ciemności w szczelnie zamkniętych butelkach ciecz pozostaje przez dłuższy czas bezbarwna. Roztwór jest dobry o ile po 50-krotnem rozcieńczeniu wodą dystylowaną nie zabarwia się od słabego kwasu siarkowego (1 cz. kwasu na 3 cz. wody) na kolor niebieski. W roztworze jodoskrobiowym zanurza się na przeciąg jednej minuty paski bibuły szwedzkiej do filtrowania i suszy się je w pomieszczeniu ciemnem, wolnem od par kwasowych. Po usunięciu brzegów kraje się bibułę na paseczki o wspomnianych wyżej wymiarach. Gotowe papierki są przechowywane w słojach szklanych z ciemnego szkła, o dokładnie dotartych korkach szklanych.

Próba powyższa posiada wszystkie wady oryginalnej próby Abla.

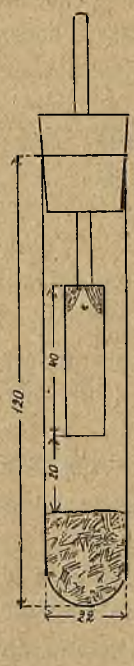
3) *Próba Guttmanna* (Zeitsch. ang. Chemie, T. 10. 1897. Str. 233—265).

Zamiast jodku potasu Guttmann wprowadził, jako wskaźnik, roztwór dwufenylaminy w kwasie siarkowym. Z kwasem azotowym (lub bezwodnikiem jego) dwufenylamina daje dwufenylonitrozaminę:

$$2\,(C_6H_5)_2 . NH + N_2O_3 = H_2O + (C_6H_5)_2 . N . NO.$$

(dwufenylamina) (dwufenylonitrozamina)

W obecności kwasu siarkowego zachodzi utlenienie dwufenylaminy przez powstający z kwasu azotawego kwas azotowy na czterofenylohydrazynę $(C_6H_5)_2 : N . N : (C_6H_5)_2$, która w kwasie siarkowym rozpuszcza się, zabarwiając go na niebiesko. Wskaźnik do próby Guttmanna przygotowuje się w sposób następujący: 0,1 gr chemicznie czystej, krystalicznej dwufenylaminy wsypuje się do kolbki, zawierającej 50 cm^3 rozcieńczonego kwasu siarkowego (10 cm^3 stężonego kw. siarkowego na 40 cm^3 dystylowanej wody) i ogrzewa na łaźni wodnej do 50—55° C. W temperaturze tej dwufenylamina topi się i rozpuszcza w rozcieńczonym kwasie siarkowym. Po jej rozpuszczeniu odstawia się kolbkę i studzi jej zawartość. Otrzymany roztwór przechowywany jest w szczelnie zamkniętej buteleczce w ciemności. Bezpośrednio przed zastosowaniem miesza się 0,5 cm^3 roztworu z równą objętością chemicznie czystej gliceryny. Z cienkiej bibuły do filtrowania wykrawa się paseczki o długości 40 mm i szerokości 10 mm. Górne rogi otrzymanych papierków zwilża się bezpośrednio przed próbą roztworem glicerynowym.



Rys. 6.

Same badanie dokonywane jest w probówkach o długości 12 cm, a średnicy 22 — 23 mm. W probówkach umieszcza się 3 gr bawełny strzelniczej, którą ubija się tak, by tworzyła ona w probówce war-

stwę wysokości 25 mm. Zamyka się probówkę, jak w próbie Abla; papierek dwufenylaminowy zostaje umocowany na haczyku tak, by dolny brzeg jego znalazł się w odległości około 20 mm od powierzchni bawełny strzelniczej (por. rys. 6-ty). Probówki wstawia się do łaźni wodnej, ogrzanej do 80° C. Od najmniejszych ilości kwasu azotawego, lub bezwodnika jego, (N_2O_3) zwilżone rogi papierka przybierają zabarwienie żółtawo-zielone.

Próba jest zakończona, gdy na papierku na linji oddzielającej część zwilżoną od suchej, zaznaczy się wyraźnie niebieski brzeżek (na skutek utlenienia dwufenylaminy). W razie dalszego ogrzewania zwilżone rogi papierka zabarwiają się początkowo na kolor czysto niebieski, który, w miarę działania tlenków azotu nabiera odcienia szaro-niebieskiego, a ostatecznie przechodzi w kolor żółto-brunatny, o brudnym odcieniu.

Badana bawełna strzelnicza winna być starannie wysuszona; w czasie ogrzewania do 80° C. w górnej części probówki nie powinien tworzyć się nalot skroplonej pary wodnej.

Metodę Guttmanna stosowano czas pewien w Szwajcarji do celów kontroli bawełny strzelniczej. Autor tej próby zaznaczał, że próba jego jest mniej czuła, niż próba Abla, że na wyniki jej nie wpływają zwykłe domieszki, napotykane w bawełnie strzelniczej, i że wreszcie przygotowywanie papierków dwufenylaminowych jest stosunkowo łatwe.

Spica. (Rivista d'Artigliera é Genio, Aug. 1897) proponował wskaźnik znacznie czulszy (nawet niż jodek cynku) — chlorowodorek meta-fenylenodwuaminy, — $NH_2 . C_6H_4 . NH_2 . 2\ HCl$. Z powodu jednak zbytniej czułości wskaźnik ten został zarzucony. Z kwasem azotawym-m-fenylenodwuamina daje brunatnie zabarwione związki:

$$NH_2 . C_6H_4 . NH_2 + HNO_2 + C_6H_4\ (NH_2)_2 =$$
$$= 2\ H_2O + NH_2 . C_6H_4 . N : N . C_6H_3\ (NH_2)_2.$$

tałce. (trójaminoazobenzol).

4) *Próba Hoitsemy* (Ztschr. ang. Chemie, 1899. Str. 705).

C. Hoitsema prowadził szereg badań, mających na celu wyjaśnienie sprawy postaci, pod jaką wydziela się azot z bawełny strzelniczej podczas ogrzewania tej ostatniej. Chodziło mianowicie o stwierdzenie, czy azot, powstający na skutek rozkładu nitrocelulozy, wydziela się wyłącznie pod postacią tlenku azotu, NO, (lub azotu N_2),

czy też już w pierwszym okresie rozkładu powstają również gazy nitrowe (NO_2, N_2O_3), oraz czy powstawanie tych ostatnich uzależnione jest od zanieczyszczeń, zawartych w nitrocelulozie. Jedynie gazy nitrowe działają na substancję wskaźnika. Jeśli zatem gazy nitrowe powstają przedewszystkiem na skutek rozkładu mniej stałych domieszek, nie pochodzą zaś z rozkładu cząsteczek samej nitrocelulozy, to muszą one wywiązywać się wcześniej, niż inne gazy, a zwłaszcza niż tlenek azotu, NO. Ten ostatni; mimo, że przy rozkładzie występuje w znacznych ilościach, nie powinien być wykrywany w pierwszym okresie rozkładu wcześniej, niż gazy nitrowe.

Badania Hoitsemy, które wykazały, że w odpowiednich warunkach, tlenek azotu występuje, jako produkt rozkładu nitrocelulozy, dopiero w wyższej temperaturze, zostały wprawdzie w następstwie zakwestjonowane przez R. Robertsona i S. Nappera (Journ. Chem. Soc. London *91*, 764 (1907); *95*, 1241 (1909), doprowadziły jednak do wypracowania następującej metody badania stałości nitrocelulozy.

Nitrocelulozę ogrzewano w stałej temperaturze w ciągu 15 minut, przyczem z naczynia rozkładowego wypierano powstające produkty rozkładu zapomocą bezwodnika kwasu węglowego (CO_2) i kierowano je na watę szklaną, wilżoną roztworem dwufenylaminowym Guttmanna. W razie wystąpienia zabarwienia niebieskiego w danej temperaturze, doświadczenie powtarzano, obniżając temperaturę ogrzewania o 10^0 C., i powtarzano tę czynność, aż do osiągnięcia takiej temperatury, w której nie obserwowano więcej reakcji barwnej, nie zachodził więc rozkład z wydzielaniem gazów nitrowych w stopniu, powodującym reakcję z dwufenylaminą. Miernikiem stałości (początku rozkładu) w próbie Hoitsemy, jest temperatura, w której zaczyna się rozkład.

(Dalszy ciąg nastąpi).